INÍCIO DE UMA TENTATIVA DE FAZER UMA FÍSICA CLARA

ROBERTO HENRIQUE SC[illegible]MANN

"Se estiver errado, quanto mais cedo levar
na cabeça e for arrasado, tanto melhor..."

Charles Darwin

Apresentação

As idéias que serão apresentadas na 1ª parte começam com alguns paradoxos envolvendo relatividade restrita e as idéias básicas da relatividade geral: referenciais não inerciais e campos gravitacionais. Estes paradoxos me deixaram confuso por muito tempo porque eu não sabia direito o que é feito na relatividade geral e ainda agora tenho este problema, por não conhecer a matemática usada. Mas ao menos as idéias que aparecem nos livros no início e entre os tensores, são exatamente aquelas que são incompatíveis com a relatividade restrita. Por outro lado, admitindo como verdadeira a relatividade restrita, os paradoxos nos levam a pensar em algo que sempre pareceu óbvio: a possibilidade de tomar referenciais com quaisquer movimentos relativos; e como resultado acaba-se por formular uma teoria aparentemente consistente internamente e que deve lidar com todos os fenômenos, inclusive gravitação. Esta teoria não é nada mais que a própria relatividade restrita, e a relatividade geral deixa de ter qualquer sentido. Mas é importante lembrar que eu não conheço bem a relatividade geral e que talvez ela pudesse se manter de alguma forma, porém será preciso levar em conta as idéias que serão expostas no capítulo I, e ~~de~~ ~~qualquer~~ ao menos o que se expõe nos livros sobre relatividade geral na parte que não envolve os tensores está errado. De qualquer forma a teoria do capítulo I seria uma teoria rival desta relatividade geral.

A 2ª parte é a continuação natural da 1ª: sabendo como são os referenciais saber como é a física nestes referenciais. Mas isto, como será explicado na introdução desta parte, com base na experiência e no que já se fez, porém eliminando alguns enunciados muito gerais, simplesmente porque há problemas com eles. O capítulo II trata do que é geralmente chamado dinâmica relativística, mas que não passa de um estudo de choques e desagregações. Não há conclusões novas, apenas é criticado o que se costuma dar como demonstrações e é apresentada uma forma de ordenar o assunto de modo que fique claro o que é princípio e o que é lei deduzida. O capítulo III é mais importante, pois ao menos no que eu encontrei até agora nos livros de eletromagnetismo há muitos fenômenos considerados como experimentais apenas (novos princípios) e no entanto há às vezes demonstrações, usando relatividade, de que alguns destes fenômenos são conseqüências de outros princípios, mas sempre em casos particulares e admitindo às vezes como verdadeiras as equações de Maxwell, no que acaba sendo um raciocínio circular, além de que estas equações nem parecem ser válidas em geral. O que eu começo a tentar é explicar todos os fenômenos apenas pela ação entre corpos carregados, e embora esteja havendo problemas em algumas partes, considero o sucesso em prever a força de Lorentz e o valor correto para o campo magnético de uma corrente qualquer como alguns dos pontos mais fortes a favor da própria teoria da relatividade restrita.

Finalmente no capítulo IV são tratadas mais três questões, mas apenas para indicar a linha que deve ser seguida para resolvê-las, ou dando partes das soluções.

As demonstrações foram em geral apenas sugeridas, quando dependiam somente de matemática. E me preocupei mais em expor os raciocínios, ao lado das críticas ao que já foi feito.

Ficará claro que um dos principais problemas é a minha ignorância com relação ao que já se fez, tanto em prática como em teoria, e espero contar, quanto a isso, com ajuda e orientação dos professores.

Também espero motivar outras pessoas a fazerem coisas semelhantes. Procurar entender o que já se fez e se encontrar problemas ter auto-confiança suficiente para procurar suas próprias soluções.

Finalmente espero que este trabalho seja tão criticado quanto eu critico o que se fez antes, quando for o caso, para que realmente se consiga fazer uma física clara.

Roberto K. Schumann

julho, 1977

1ª PARTE
Capítulo I

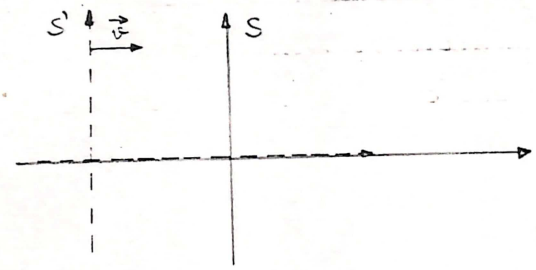
As duas primeiras secções são sobre os paradoxos, e as seguintes são o desenvolvimento do modo como a relatividade restrita pode ser entendida para explicá-los, com o abandono da relatividade geral.

1. Paradoxos com referenciais não inerciais

Estes são os paradoxos mais importantes, a partir de onde se segue o raciocínio que será exposto adiante.

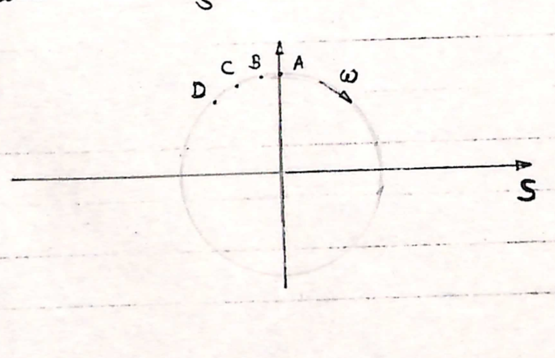
O primeiro paradoxo que me surgiu foi, mais ou menos, o seguinte: imagine um referencial inercial S onde há dois pontos A e B inicialmente parados e a uma distância l um do outro, como na figura.

A partir de um certo instante (deste referencial) ambos passam a se mover com aceleração, mas a mesma aceleração, de modo que se mantém a distância constante (em relação a S). A primeira vista diríamos que estes pontos permanecem parados em algum referencial não inercial, mas o problema surge quando tomamos outro referencial inercial S' que se move em relação a S com velocidade $\vec{v}$, na situação das transformações de Lorentz



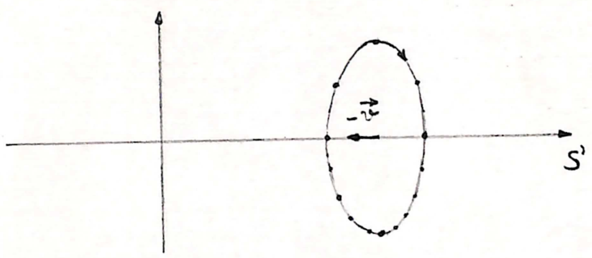
Transpondo o movimento de A e B para S' por estas transformações vemos que os pontos não mantêm uma distância constante neste referencial. E isto pode ser facilmente percebido se lembrarmos que como as acelerações começaram simultaneamente em S elas não começaram simultaneamente em S'. Mas então A e B estão ou não parados em algum referencial não inercial? E como se movem, em relação aos referenciais inerciais, pontos parados em algum referencial não inercial?

Um segundo paradoxo envolve o muito usado referencial girante. Se em relação a S vários pontos giram sobre uma circunferência de centro na origem com velocidade angular constante diríamos que eles estão parados em ~~algum~~ um referencial não inercial que gira em relação a S.



O paradoxo em que eu cheguei inicialmente não é mais muito importante, mas serve para mostrar que o raciocínio que se faz geralmente e que leva a um resultado razoável também pode levar a um resultado totalmente absurdo. O que se faz é tomar pequenos trechos sobre a circunferência e o raio e admitir que então valem as transformações da relatividade restrita, usar a contração de Lorentz e concluir que se em S a razão entre a circunferência e o raio é 2π, no referencial não inercial ela é maior do que 2π e portanto a geometria deste referencial é não euclidiana. O absurdo vem quando tomamos relógios sobre os pontos da circunferência, sincronizados entre si ~~com~~ no referencial não inercial, ~~(e admitimos trans)~~ pois se admitimos as transformações de Lorentz para pontos próximos deverá haver o dissincronismo destes relógios vistos de S. Um relógio que esteja atrás de outro no sentido do movimento deverá, visto de S, marcar mais do que o outro no mesmo instante. O relógio de B marcará mais que o de A, o de C mais, ... até retornarmos ao relógio de A, que num certo instante de S marcará mais do que ele mesmo !? Isto não tem nada a ver com a geometria do referencial girante.

Mais importante do que isto é o que obtemos quando tomamos novamente o referencial inercial S' e olhamos os pontos da circunferência. Pelas transformações de Lorentz eles estão a cada instante sobre uma elipse que se move com velocidade $-v$, mas não estão uniformemente distribuidos (se em S estivessem). Eles giram mais rapidamente na parte superior e lentamente na inferior, acumulando-se em baixo sem manterem distâncias fixas entre si. De um modo que jamais diríamos que estão parados em algum referencial. Afinal eles estão ou não?



Estes paradoxos são apenas exemplos de situações que serão discutidas na seção 3.

2. Paradoxos com campos gravitacionais

Um primeiro problema está na idéia de que um corpo adquire num campo gravitacional uma aceleração que independe da sua velocidade. Isto é auto-contraditório, porque a transformação de aceleração que se obtém entre referenciais inerciais a partir das transformações de Lorentz (derivando duas vezes) mostra que a aceleração num referencial depende da aceleração e também da velocidade em outro. De modo que se num a aceleração independesse da velocidade, em outro dependeria.

Afirma-se que esta idéia é baseada na experiência, mas as experiências, como a de Eötvös, são sempre feitas com corpos que se movem a baixas velocidades no referencial do observador. Elas mostram que todos os corpos, independentemente do material de que são feitos adquirem a mesma aceleração num dado ponto de um campo gravitacional, quando parados. E não que um mesmo corpo adquiriria a mesma aceleração qualquer que fosse sua velocidade.

Outro problema aparece quando queremos manter a relatividade geral e o princípio de conservação de energia. Se a aceleração é sempre a mesma num campo gravitacional, então a força é tanto maior quanto maior a velocidade (aumento da massa gravitacional) e o resultado é que se levantarmos um corpo lentamente e o baixarmos rapidamente, por exemplo, no campo gravitacional terrestre, ganhamos energia no ciclo. O campo gravitacional deixa de ser conservativo e não há nenhuma outra energia envolvida, para manter a conservação.

Estes paradoxos desaparecerão, simplesmente porque vamos abandonar todas as idéias contraditórias que estão por trás deles.

3. Conclusão dos paradoxos da secção 1

A partir daqui é melhor não falarmos em referenciais inerciais, pois isto envolve uma questão de dinâmica: saber como se move um corpo isolado, e o nosso problema por enquanto é apenas cinemático. Vamos supor apenas que temos um conjunto R de referenciais que são como os da relatividade restrita: se movem um em relação ao outro com velocidade constante e entre eles valem as transformações de

Lorentz. Posteriormente veremos que há motivos para realmente se dizer que eles são inerciais.

O que se observa nos paradoxos é que se dois pontos têm em relação a um certo referencial do conjunto R movimentos acelerados, mantendo-se a uma distância constante um do outro, então, em relação a outro referencial de R eles não mantêm uma distância constante. Mais amplamente, se em relação a um referencial vários pontos são acelerados mas se mantêm numa configuração (~~fixa~~) relativa fixa, num outro referencial eles não mantêm uma configuração fixa.

Se tivessemos algum referencial acelerado em relação aos de R os pontos parados neste deveriam se mover em relação aos referenciais de R mantendo uma configuração fixa. Mas se isto acontecer em relação a um dos referenciais de R não acontecerá em relação a outros. Como poderiamos então tomar referenciais acelerados em relação aos de R? Ou, se de um dos referenciais de R vissemos vários pontos mantendo uma configuração fixa, poderiamos dizer que eles estão parados em algum referencial acelerado em relação a este?

Se pretendermos manter a idéia fundamental da relatividade restrita de que todos os referenciais de R devem ter o mesmo tratamento e importância, a resposta vem imediatamente:

Não é possível tomar referenciais acelerados em relação aos de R!

4. Não é óbvio que existem referenciais

Na mecânica clássica, com a transformação de Galileu entre os referenciais não havia o problema que vimos, pontos que mantivessem uma disposição relativa fixa em relação a um dos referenciais de R também o fariam em relação aos outros, e podíamos tomar referenciais em que eles estivessem parados. Podíamos tomar referenciais que tivessem qualquer movimento um em relação aos outros sem problemas e então não surgiram as questões de "por que isto é possível?" e "será concebível que isto talvez não fosse possível? Que não fosse possível tomar referenciais?"

Agora estas questões surgem para nós. Para a segunda a resposta é simplesmente "Sim! Seria possível um Universo em que não fosse possível tomar referenciais. Neste Universo não poderíamos falar de posição, distância e simultaneidade de eventos não coincidentes, mas seria possível que houvesse observadores que poderiam ter sensações e poderiam ordenar cronologicamente as suas sensações, ou seja, haveria um tempo para cada observador, mas que ordenaria apenas as suas sensações. Não seria possível fazer um desenho em que se representasse posições de objetos deste Universo, mas seria possível fazer um desenho representando as sensações visuais de um observador deste Universo, num dado instante seu. Não teria sentido falar em velocidade, aceleração, etc, mas ainda assim seria possível fazer uma física, no sentido em que poderiam haver regularidades. Por exemplo, entre duas observações de uma certa sensação, poderia sempre ser sentida uma outra certa. Um outro Universo poderia ter um único referencial; poderia haver então as idéias de posição, distância e simultaneidade ou não de eventos distantes, mas só em relação a este referencial."

Se quizermos propor uma teoria sobre o nosso Universo deveremos inicialmente dizer como cremos que são os referenciais que nele podemos tomar. Na física clássica isto foi feito inconscientemente, por se achar a resposta óbvia. E as transformações entre os referenciais eram consistentes com a existência de todos eles. Mas se agora cremos que existe um conjunto como o R, com as transformações de Lorentz, não poderão existir referenciais acelerados em relação a estes. Temos então que admitir apenas a existência dos primeiros.

5. Outra restrição aos referenciais de R

Esta restrição refere-se às velocidades relativas entre estes referenciais. Para que seja possível aplicar as transformações de Lorentz entre os referenciais de R é preciso que as velocidades de cada um em relação aos outros seja menor do que c. Se um referencial se movesse com velocidade c em relação a um de R não poderíamos aplicar estas transformações, pois apareceriam zeros em denominador, e para velocidades maiores do que c apareceriam valores imaginários para coordenadas de eventos, o que não tem sentido se as coordenadas são valores medidos sobre coisas reais.

Poderia ocorrer que estes referenciais existissem e que a transformação no caso fosse outra que a de Lorentz. Deveríamos então procurar determinar esta transformação. No entanto, para o caso de velocidades maiores do que c há um motivo, semelhante ao que vimos para os referenciais acelerados, para que estes referenciais não possam existir. Enquanto que se um ponto tem uma velocidade maior do que c em relação a um dos referenciais de R, em relação a outro ele pode estar em várias posições ao mesmo tempo. Quanto ao caso de pontos se movendo com velocidade c em relação a um dos referenciais de R, não há este problema. Estes pontos se moverão com velocidade c em relação aos outros referenciais de R e, se mantivessem uma disposição relativa fixa em relação ao primeiro referencial, também a teriam em relação aos demais (para verificar isto basta usar as transformações de velocidade decorrentes das transformações de Lorentz). No entanto surge problema ao se procurar as transformações entre um referencial destes e os de R. Como os pontos deste referencial se movem em relação a todos de R com velocidade c, os seus relógios devem ser vistos de todos referenciais de R funcionando da mesma forma. Mas pode-se concluir que isto só ocorreria se estes relógios fossem vistos parados (com os ponteiros parados, o relógio move-se com velocidade c) dos referenciais de R. E então, nos novos referenciais todos os eventos deveriam ser vistos num só instante e só haveria mesmo um instante!?

Como conclusão, se acreditarmos que a relatividade restrita está certa, devemos postular para o nosso

Universo a existência dos referenciais de R e então concluir a impossibilidade de tomar referenciais acelerados ou com velocidade constante mas maior ou igual a c em relação a estes referenciais.

6. Uma observação sobre o que deve ser postulado e o que deve ser deduzido

Da forma como a relatividade restrita é geralmente apresentada são postulados a constância da velocidade da luz e o princípio da relatividade e se procura deduzir as transformações de Lorentz. Esta dedução não é simples e muitas vezes se recorre a outras hipóteses como linearidade das transformações. Além disso, sempre se admite como verdadeiro algo que não é óbvio: que se um referencial é visto se movendo com velocidade v em relação a outro o outro se move com velocidade -v em relação ao primeiro.

Se vamos começar postulando como são os referenciais existentes, surge naturalmente a pergunta de quais são as transformações entre eles, e é mais simples responder quais são as transformações do que dizer que elas são tais que valem determinadas propriedades, para então procurar achá-las. Sobre isto é importante distinguir entre a ordem em que as idéias surgem e a ordem na qual devem depois ser arrumadas. Einstein achou primeiro que a velocidade da luz deveria ser a mesma em todos os referenciais e procurou então qual deveria ser a transformação para que isto ocorresse, juntando inconscientemente outras hipóteses à primeira, numa espécie de rascunho. Se nós agora queremos dar um palpite sobre como é o Universo e achamos que ele está de acordo com a relatividade restrita, devemos postular a existência dos referenciais e a transformação entre eles.

Alguém poderá discordar disto e preferir tomar outros postulados para deduzir as transformações. Isto não é importante. O importante é que em qualquer teoria do Universo se postule quais os referenciais existentes e se postule ou se deduza de postulados quais as transformações entre eles, como ponto de partida.

7 Os referenciais do nosso Universo. Referentes.

Devemos lembrar aqui que na relatividade restrita a transformação entre os referenciais nem sempre é a de Lorentz. Ela só vale num caso muito particular em que um referencial se move em relação ao outro com eixos x superpostos e outras condições; mas o movimento relativo entre os referenciais pode ser bem diferente. Outro caso particular é aquele em que um referencial está parado em relação ao outro, com os eixos tendo apenas outras orientações e as origens podendo ser diferentes (roto-translação de eixos), neste caso admite-se que a

transformação é a que se obtém na geometria euclidiana, e dado um referencial é possível tomar qualquer roto-translação deste (o fato disto não trazer problemas é questão da própria consistência da geometria euclidiana).
E agora podem surgir várias questões: "seria concebível que se pudesse tomar um referencial mas não uma roto-translação sua? Pois dado o primeiro referencial tem-se uma geometria euclidiana e nela é possível tomar o segundo referencial.", "Depois de se tomar um referencial tem-se uma geometria (com o conceito de posição, etc) mas para se poder tomar um referencial, com eixos retilíneos e ortogonais é preciso antes ter uma geometria!?",
"Existem outros tipos de referenciais além do cartesiano, seria possível tomá-los? Será preciso postular a existência de cada tipo? O que foi dito na primeira questão já não garante a existência destes referenciais?". A resposta a estas perguntas é simples mas requer um pouco de abstração, ela está nas próprias questões e exige a retificação de algo que foi afirmado insistentemente até aqui. O que devemos procurar saber se existe ou não no Universo não são os sistemas de referência (cartesiano, polar, ou outro qualquer) mas algo que vem antes deles, algo que nos permite falar em posição, e no qual é possível construir uma geometria.
A esta entidade abstrata eu pretendo chamar de "referente". Ela é um conceito primitivo de modo que só se pode dar uma noção de seu significado; uma sugestão útil é a seguinte: quando um professor dá um curso de geometria euclidiana plana, ele fala em ponto, reta, etc, e os desenha na lousa,

a lousa no caso é o referente, é a entidade onde é possível tomar os entes geométricos. As diferentes geometrias são construídas sobre referentes diferentes, e os axiomas a partir dos quais podemos deduzir todos os teoremas de uma dada geometria traduzem apenas as características do referente onde esta geometria é válida. Dado um referente euclidiano podemos tomar qualquer dos referenciais que estamos acostumados a usar com esta geometria, neste referente. É preciso corrigir também o que foi dito na secção 4, não seria possível um Universo em que houvesse apenas um referencial, mas seria possível um em que só houvesse um referente.

No nosso caso devemos postular a existência de vários referentes, cada um dêles com uma geometria euclidiana em 3 dimensões (de comprimento) e com um tempo este "tempo" também é um conceito primitivo. O fato de haver um tempo para cada referente significa apenas que é possível ordenar os eventos, mesmo distantes, em relação a um dado referente, e que então é possível falar em um "instante" do referente, referindo-se a vários eventos colocados na mesma posição nesta ordenação (eventos simultâneos). O tempo dos referenciais é o mesmo dos referentes em que êles foram tomados. Com êste postulado torna-se evidente por que as transformações entre referenciais de um mesmo referente são as da geometria euclidiana.

Vamos agora fazer a restrição para os movimentos relativos entre os referentes com dois postulados.

1) Dado um referente, todos os pontos que estejam

~~podia~~ na em algum outro referente se movem com mesma velocidade (módulo, direção e sentido) em relação ao primeiro. A esta velocidade chamamos de "velocidade do segundo referente em relação ao primeiro".

2) Dado um referente é possível tomar referentes que se movem com quaisquer velocidades de módulo menor que um certo valor c (é melhor não falar em velocidade da luz, pois estes postulados independem da existência ou não de luz) em relação a este, em todas direções e sentidos; mas só estes.

Para estabelecer a transformação entre referenciais de referentes diferentes vamos postular a transformação apenas num caso particular (o caso das transformações de Lorentz) e em qualquer outro caso pode-se obter a transformação por transformações sucessivas no mesmo referente e este caso particular: "se, em relação a um referencial cartesiano S, um outro S' se move com velocidade de módulo v na direção e sentido de x, de modo que o eixo x' permaneça sempre sobre x e orientado no sentido do movimento; y' e z' paralelos e de mesma orientação de y e z, respectivamente; a origem de S' passa pela de S no instante $t = 0$, com seu relógio marcando $t' = 0$. Então, um evento que em relação a S ocorre no ponto (x, y, z) no instante t, em S' ocorre no ponto $(x', y', z') = ((x - vt)/\sqrt{1 - v^2/c^2}, y, z)$ no instante $t' = (t - (v/c^2).x)/\sqrt{1 - v^2/c^2}$".

Com isto estabelecemos como são os referentes no nosso Universo (sua natureza, seus movimentos relativos e as transformações), mas não há razão a princípio para afirmar que os postulados são auto-consistentes, isto é, que não trazem contradições internas. Deve-se verificar que sendo os postulados válidos de um referente para os demais eles são válidos entre dois quaisquer, e que a transformação entre dois referenciais obtida por sucessões diferentes de transformações postuladas conduzam ao mesmo resultado.

Estabelecidos os postulados acima, pode-se demonstrar facilmente que pontos que se movem com velocidade de módulo c em relação a um dos referenciais o fazem em relação a todos os outros. E que se um referente se move com velocidade v em relação ao outro, este segundo se move com velocidade também de módulo v em relação ao primeiro. Além disso, pode-se verificar que há uma completa simetria entre os referentes: dado um deles, qualquer, os demais são vistos se movendo em todas as direções e sentidos com quaisquer velocidades menores do que c.

8. Observadores acelerados em relação aos referentes

Em relação a cada um dos referentes é possível descrever todos os eventos do Universo, falar em distância e intervalo de tempo entre eles. Existem, no entanto observadores acelerados em relação a estes referentes; estes observadores estão na situação daqueles de um Universo em que não houvesse referentes, têm suas sensações e podem ordená-las cronologicamente, mas não podem em conjunto formar referenciais nos quais fosse possível medir distâncias e falar em posições.

Conhecendo o movimento de um destes observadores em relação a um referente e o movimento de causadores de sensação (luz, som, etc) em relação ao mesmo referente é possível prever quais as sensações que o observador terá em cada instante seu, desde que se saiba também como o seu relógio é visto funcionando do tal referente, isto é, chamando de τ o tempo próprio do observador e de t o tempo do referente devemos ter τ para cada t. Pois se um causador de uma dada sensação atingir o observador no instante t e seu relógio marcar então τ, ele sentirá a sensação no seu instante τ. Saber como o relógio funciona é conhecer $d\tau/dt$ a cada instante t; isto fica bem determinado se admitirmos como novo postulado que no referente onde o observador tem velocidade instantânea nula o seu relógio funciona instantaneamente sem se atrasar ou adiantar, isto é, $d\tau/dt = 1$. Conclue-se então que noutro referente qualquer $d\tau/dt = \sqrt{1 - v^2/c^2}$, onde v é a velocidade instantânea do observador, desde que ela seja menor do que c. Quanto a isto vamos fazer uma observação geral: não há, a princípio, razão para que um corpo não pudesse se mover com velocidade maior do que c em relação a um referente; mas então, como já foi dito, ele poderia estar em vários lugares ao mesmo tempo em outro referente, além de outros problemas que iriam surgir. Em tudo que fizermos vamos supor que os corpos se movem com velocidades menores do que c em relação a todos os referentes e se existir algum corpo que se move com velocidade maior, então, simplesmente, o que vimos não valerá para êle.

Um problema que poderia por exemplo ser resolvido é o seguinte: usando a notação do primeiro paradoxo, suponha que um observador fixo a B emite pulsos de luz para A, medindo um certo intervalo de tempo (próprio) entre pulsos consecutivos, e deseja-se saber qual o intervalo de tempo que um observador em A mediria entre a chegada de pulsos consecutivos. Este problema é resolvido nos livros com um erro conceitual: utiliza-se uma expressão de efeito doppler deduzida num caso diferente, em que a fonte se move com velocidade uniforme num referente e o receptor está parado neste referente.

Apesar de os observadores acelerados não formarem referentes, é possível fazer uma convenção para êles dar o conceito de distância e posição. Acontece que cada observador está parado em cada instante próprio seu em apenas um referente, e podemos convencionar que neste seu instante as suas medidas são as deste referente. Esta convenção tem alguma utilidade, pois se neste instante sua aceleração for retirada êle permanecerá parado neste referente e passará a ser um observador dêle. Mas a convenção não introduz nenhum novo referente no Universo, e não tem nenhuma importância aceitá-la ou não, para a descrição do Universo ou para a previsão das sensações dos observadores. Podemos usar esta convenção no caso dos observadores que giram em torno da origem de S. Conclui-se que cada um destes observadores acha os outros parados sobre uma elipse, êle está na elipse num dos pontos mais afastados do centro e os observadores não estão distribuídos uniformemente, mas acumulam-se no extremo oposto a ele. É importante notar que isto não tem nada a ver com o que o observador vê, o que também poderia ser determinado, conhecendo o movimento dos raios de luz no referencial S.

9. O princípio da relatividade

É preciso fazer uma crítica a forma como este princípio é geralmente enunciado e também como ele é entendido. O que se enuncia normalmente é "as leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais" (se bem que, pelo que já vimos diríamos "...referenciais existentes", sem no entanto termos ainda certeza de que eles são inerciais) onde aparece a palavra "lei" que não tem um significado bem determinado. Ao menos eu entendo lei como "qualquer afirmação sempre válida", e com este sentido pretendo usá-la. Mas então o enunciado acima não está de acordo com o que realmente deve afirmar o princípio, e que está muito bem sugerido nos "Diálogos sobre os dois grandes sistemas do Mundo" de Galileu, quando Salviati fala que experiências feitas dentro de um navio dariam os mesmos resultados, para um observador no navio que ~~experiências~~ se fossem feitas em terra e observadas por alguém em terra. Substituindo a terra e o navio por referenciais chega-se ao enunciado "a mesma experiência, isto é, com todas as condições iniciais iguais, dá, em todos referenciais o mesmo resultado" ou " à situações bem determinadas até um certo instante, seguem situações bem determinadas nos instantes seguintes, que são as mesmas, qualquer que seja o referencial usado" (neste enunciado fica claro que duas idéias estão envolvidas: a determinação dos resultados e o fato deles serem os mesmos em todos os referentes. Só a última deve realmente ser mantida; se for o caso poderia-se dizer que situações iniciais bem determinadas têm a mesma probabilidade de dar um certo resultado em todos os referentes, desde que esta mudança seja útil para explicar fatos experimentais). Enunciado desta forma o princípio da relatividade independe totalmente de se ter ou não leis para os fenômenos.

Mas o principal problema do enunciado dado no início é que por ele poderíamos ter leis que no seu enunciado fizessem referência explícita a algum referencial particular e que seriam válidas em todos os referenciais sem estar de acordo com o verdadeiro significado do princípio. Por exemplo, poderíamos ter a lei "em relação a qualquer referencial, se num dado instante um corpo qualquer deixa de sofrer influência de outros sobre o seu movimento, ele passará a se mover com a velocidade que um determinado referencial se move em relação a este", por ela um corpo abandonado no tal referencial determinado pararia e em cada um dos outros adquiriria uma velocidade uniforme bem estabelecida mas diferente em cada um.

Mas é claro que se tivermos leis que determinam o resultado de experiências elas devem ser válidas em todos os referenciais, pois o resultado das experiências são os mesmos em todos os referenciais.

Deve ainda ser observado que a idéia de que há uma total "simetria" entre os referenciais não é equivalente a este princípio da relatividade com o enunciado que adotamos. Mas é ~~aqui~~ a união dele com a "simetria" que existe quanto aos movimentos relativos dos referenciais e que é conseqüência dos postulados sobre os referentes existentes, nada tendo a ver com experiências. Seria possível que houvesse cada uma das "simetrias" sem que houvesse a outra.

10. Homogeneidades e Isotropia

O princípio da relatividade aplicado entre referenciais de um mesmo referente equivale a enunciados conhecidos como "homogeneidade do tempo", "homogeneidade do espaço" e "isotropia do espaço", que afirmam simplesmente que uma experiência realizada em tempos diferentes, ou lugares diferentes, ou com orientações (direção e sentido) diferentes dão o mesmo resultado, ou melhor, resultados que sofreram as mesmas modificações que as condições iniciais.

Para mostrar esta equivalência basta tomar referenciais adequados do referente, tais que as condições iniciais das experiências sejam as mesmas nos dois referenciais. Para o caso da homogeneidade do tempo devemos lembrar que referenciais que tenham os mesmos eixos mas cujos relógios tenham sido sincronizados em zero em instantes.

diferentes do referente são referenciais diferentes. Para a homogeneidade do espaço e isotropia devemos tomar referenciais que sejam respectivamente translações e rotações um do outro. E num caso geral em que podem haver mudanças de tempo, posição e orientação, basta tomar referenciais entre os quais haja todas estas transformações.

É importante lembrar que estas homogeneidades são realmente observadas na prática.

11. Lei da Inércia

Finalmente vamos mostrar que os referenciais existentes são mesmo inerciais.

Dizer que o movimento de um corpo não é influenciado por outros significa dizer que ele seria o mesmo se não houvesse outros corpos. Então o que vamos fazer é mostrar que os princípios que adotamos estabelecem qual deve ser o movimento de um corpo que fosse único no Universo (o leitor pode tentar, se quiser).

Faremos em duas etapas. Na primeira vamos supor que o corpo tenha, num certo instante do nosso referente, velocidade nula. Queremos saber qual sua velocidade nos instantes seguintes. O princípio da relatividade responde a questão: ela é nula; se não fosse, em algum referencial do referente ela teria ~~velocidade~~ direção e sentido x, em outro $-x$, em outro y, etc, mas em todos eles a situação inicial é idêntica: um corpo parado, e não importa onde, pelo que já vimos. Onde entrou o fato de o corpo ser único no Universo? Simplesmente ao se falar que a situação inicial era a de um corpo parado; se houvesse outro corpo influenciando o movimento do primeiro a situação inicial não seria a mesma nos vários referenciais, pois a posição do novo corpo seria diferente. O primeiro poderia passar a se mover na direção do segundo sem contrariar o princípio da relatividade.

No caso da velocidade inicial não ser nula mas menor do que c, há um referente onde o corpo está inicialmente parado: aquele que se move em relação ao nosso com a mesma velocidade que o corpo. Mas neste, vimos que o corpo permanecerá parado, então no nosso referente ele se moverá com velocidade constante.

12. Ação entre corpos

A questão que surge após a lei da inércia é saber qual a ação que um corpo tem sobre o movimento de outro. Mas esta questão não pode ser respondida apenas com os postulados que já temos, como podemos ver com um exemplo de um Universo que estaria de acordo com estes postulados mas não com a experiência. Trata-se de um Universo em que os corpos têm sempre movimento uniforme em relação a todos os referentes (sendo verdade em relação a um referente as transformações garantem que é válido em relação a todos) sem nenhuma interação, nem a distância nem por choques ; quando dois corpos, em seus movimentos retilíneos uniformes ~~uniformes~~, devem passar por um mesmo ponto num mesmo instante (em relação a cada um dos referentes), eles simplesmente passam um pelo outro sem nenhuma alteração em seus movimentos.

Para sabermos como as coisas se passam realmente no nosso Universo temos de estabelecer novos princípios, com base na experiência, de tal modo que com todos os nossos princípios possamos prever qual o movimento de corpos em qualquer situação e obter o mesmo resultado que o experimental.

É claro que os princípios que foram enunciados até aqui (e que constituem a teoria da relatividade restrita) não são dogmas, e se não forem conciliáveis com a experiência deverão ser abandonados, como aconteceu com os postulados da física clássica quanto aos referentes (que haviam sido enunciados inconscientemente), mas qualquer teoria que a substitua deverá dizer como são os referentes do Universo.

2ª PARTE

Introdução - Sobre alguns mitos

Agora é preciso fazer uma grande crítica a certas leis muito gerais, embora nem sempre claras, que vêm da física clássica e que se pretendeu manter na relatividade; muitas vezes usadas como ponto de partida para as deduções. Refiro-me às leis de conservação de momento, da energia e às equações de Maxwell do eletromagnetismo.

Na física de Newton o momento era bem definido (se não nos preocupássemos com a definição de massa) e era atribuído apenas a corpos. Sua conservação no caso da ação a distância era equivalente ao princípio da ação e reação; se dois corpos interagissem à distância, a variação de momento em um era oposta à no outro, no mesmo instante, e isso em todos os referentes inerciais. Mas na relatividade, se estas variações opostas forem simultâneas num referente, não serão em outros, de modo que para o momento ou qualquer outra grandeza atribuída apenas a corpos a conservação no caso da ação à distância é impossível. Poderia-se pensar que se um corpo age a distância sobre outro ele criou um campo em torno de si e tentar atribuir momento ao campo de modo que o primeiro corpo perdesse momento para o seu campo e o campo cedesse o momento ao outro corpo; teríamos então que definir precisamente como é o momento de um campo dado. No entanto, qualquer tentativa neste sentido irá fracassar, simplesmente porque um campo determinado não cede um momento bem definido a um corpo; o momento ganho pelo corpo depende também de características suas (no caso do campo elétrico sua carga, por exemplo). No "Lectures on Physics" do Feynman (vol II) há um raciocínio neste sentido, tanto para momento como para energia; porém, pelo que acabamos de ver, teria que haver um erro, e há: para obter a energia do campo são admitidas as equações de Maxwell e relaciona-se uma densidade de corrente com um campo que é devido a outras cargas e nada tem a ver com esta densidade de corrente. Para o momento atribui-se um múltiplo do vetor de Poynting, porém um exemplo mostra que isto está errado: num campo de cargas paradas o vetor de Poynting é nulo em todos os pontos, porém um corpo carregado ganha momento se for colocado neste campo. Além disso o campo, depois de agir sobre um corpo continua existindo, de modo que se ele tivesse um momento este momento não passaria ao corpo. E o corpo que cria o campo não sofre ação de nenhuma força por isto, de modo que não perde momento. Em tudo isto parece que há uma confusão entre luz e um campo qualquer de cargas. Mas da luz eu não vou tratar aqui, pois não tenho por enquanto nenhuma teoria sobre ela e não conheço bem as teorias que existem.

Quanto a energia é algo que nunca foi bem definido. O que se define são alguns tipos de energia. Há casos em que ela não é atribuída a corpos individualmente, mas a sistemas de corpos ~~ete~~ (energia potencial de um sistema), de modo que a observação feita para o momento, sobre o problema com a simultaneidade, não se aplica então. Mas há outros problemas; no caso da energia potencial de um sistema de cargas elétricas por exemplo. Se admitirmos que o campo de cargas com movimento uniforme é o que se obtém na relatividade restrita, então a força entre cargas em movimento depende das suas velocidades, e o trabalho para colocar duas cargas a uma dada distância não é mais constante. Por exemplo, ao aproximarmos duas cargas movendo cada uma em direção à outra no nosso referente a repulsão (se ambas forem cargas de mesmo sinal) é tanto menor quanto maior as velocidades das cargas, e portanto o trabalho que se deve realizar também é menor. Outro problema com o campo destas cargas em movimento é que ele não é conservativo (é rotacional), de modo que se um circuito elétrico fechado estiver num campo destes será realizado trabalho sobre a corrente elétrica que o percorre, a troco de nada. Poderia-se pensar que talvez o campo das cargas no condutor devesse realizar um trabalho sobre a ~~corrente~~ carga móvel que compensasse o outro, mas se lembrarmos que os campos devem se propagar com a velocidade c, e não instantaneamente, vemos que de qualquer modo não haverá conservação de energia. Também ocorre que algumas vezes o que se chama de conservação de energia pode ser deduzido a partir de outras leis, como no caso de condutores elétricos se movendo em campos magnéticos, em que o trabalho que deve ser realizado para mover o condutor é igual ao realizado sobre a corrente, simplesmente porque a força magnética é perpendicular à direção do movimento das cargas e então seu trabalho total é nulo; isto explica conservação de energia em motores e geradores elétricos. É apenas isto que precisa ser feito, explicar em cada caso em que se observa algo chamado de "conservação de energia" porque isto ocorre, a partir dos princípios que pretendermos adotar, que no entanto deverão ser bem menos gerais e vagos (o de conservação de energia era totalmente geral, pois pretendia ser válido para todos os fenômenos, e vago, pois a energia nem sequer havia sido definida), devendo se referir ao que ocorre em situações específicas, como choques, ação elétrica, etc. Quanto ao conceito de "energia", será possível e útil definir alguns tipos de energia, como energia cinética de um corpo e energia potencial de um corpo num campo de forças constante e conservativo, mas não há sentido para a palavra "energia" sozinha.

Finalmente, quanto às equações de Maxwell não é claro se elas relacionam campos elétricos e magnéticos gerados por cargas ou campos gerados um pelo outro. Os fatos experimentais que levaram a estas equações são muito particulares para querer-se que elas sejam válidas sempre. É no caso do campo magnético variável que é acompanhado por um campo elétrico, as equações podem até relacionar corretamente os campos, mas não é explicado o que acontece, isto é, se o campo elétrico é ou não o da corrente que causou o campo magnético variável, e se for, por que êle só é rotacional quando a corrente é variável. O que eu pretendo tomar como princípio do eletromagnetismo é apenas a ação que um corpo carregado pode ter sôbre outro, e como sempre, de tal modo que se deduza dêste princípio aquilo que se observa na prática. Isto é algo que ainda está pela metade, pois há dificuldade em se prever a partir dos princípios o que deve ser observado no caso de correntes variáveis e porque eu não conheço bem outros casos práticos como as transmissoras e receptoras de rádio. O princípio pode talvez ser alterado, para o caso de cargas aceleradas, mas isto apenas para que fique de acordo com fatos experimentais, e não para manter as equações de Maxwell. Deve ser observado ainda que o fato de as equações de Maxwell serem covariantes de acordo com as transformações de relatividade, isto é, sua validade num referente conduz a sua validade em todos, não garante que elas sejam verdadeiras sempre. Isto é uma condição necessária mas não suficiente. E no campo de cargas com movimento uniforme pode-se verificar diretamente a validade destas equações

Capítulo II - Choques e Desagregações

Este capítulo refere-se apenas a processos em que corpos que deveriam passar por um mesmo ponto no mesmo instante (visto de todos os referenciais) interagem podendo ou não originar corpos diferentes (choques) ou em que um corpo origina outros (desagregação), e não a ações à distância, de modo que não é um estudo completo de dinâmica, como costuma-se afirmar nos capítulos correspondentes dos livros de relatividade. Aliás não há leis gerais de dinâmica, o que há são leis para cada tipo de ação entre corpos.

Um problema que é herdado da física clássica é o de considerar os corpos como pontuais. Os princípios que serão enunciados se aplicarão talvez no máximo a partículas elementares (e felizmente é com elas que as experiências são feitas em altas velocidades), pois no choque de corpos compostos por vários átomos e mesmo entre átomos podem acontecer coisas muito mais complicadas, incluindo ações à distância.

Nos casos que estamos tratando é possível haver conservação de grandezas atribuídas a corpos, pois não há o problema da relatividade da simultaneidade, já que os corpos estão num mesmo ponto quando interagem. Porém se existem ou não estas grandezas que são conservadas, ou melhor, cujas somas são conservadas, é questão experimental. O argumento de que na mecânica havia o momento que era conservado e que na relatividade deve então haver uma grandeza correspondente não dá garantia nenhuma. A demonstração que costuma ser dada para qual deve ser o momento relativístico que se conserva está cheia de falhas: fala-se de massa de repouso sem defini-la; toma-se um choque particular em que corpos com certas massas de repouso colidem e saem com as mesmas massas, sem que haja garantia que este choque exista; este choque é chamado de elástico, mas isto significa que a energia cinética é conservada, esta é definida a partir de trabalho, que é definido a partir de força, que é definida a partir de momento, que se está procurando! No final chega-se a uma expressão para o momento que faz com que ele seja conservado em dois referenciais, mas neste choque. Com o momento pode-se definir força, trabalho, energia cinética, obtendo-se para a última a expressão $c^2 \cdot (m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2} - m_0) =$ $= c^2 \cdot (m - m_0)$. E pela transformação de momento de um referencial para outro verifica-se que sua conservação em todos exige que se conserve também a soma das massas relativísticas ($m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$), ou, o que é equivalente, a soma dos produtos destas pela constante c^2 ($m \cdot c^2$). Como, por uma grande coincidência, este valor difere da energia cinética apenas pela parcela $m_0 \cdot c^2$ chama-se esta de energia de repouso e $m \cdot c^2$ de energia total, e se afirma que a sua conservação é um aspecto do princípio de conservação de energia. Tudo numa completa confusão em não se sabe o que é postulado e o que é conseqüência e em que não é definida a massa de repouso.

Este capítulo expõe um modo simples de axiomatizar este assunto. São também feitas algumas mudanças de nomenclatura e simbolização: a massa de repouso continua com este nome e passa a ser simbolizada por m, enquanto a massa relativística passa a se chamar massa de movimento e simbolizada por M. Por economia de palavras falaremos apenas em choques, referindo-nos também a desagregações.

1. Conservação do momento.
Definição de massa de repouso.

Se há conservação do momento isto deve ser tomado como princípio. Mas e a definição de massa de repouso? Ora, o que acontece é que podemos atribuir a cada corpo uma única massa de repouso de modo que o momento definido a partir dela se conserve em todos possíveis choques que este corpo vier a sofrer. A definição de massa de repouso virá então implicitamente no enunciado do princípio:

"É possível atribuir a cada corpo um número não nulo que será chamado de sua massa de repouso, simbolizado por m, de modo que em todo choque ou desagregação se conserva a soma das grandezas $(m / \sqrt{1 - v^2 / c^2}) \cdot \vec{v}$, onde m é a massa de repouso e $\vec{v}$ a velocidade de cada corpo envolvido."

A tal grandeza $(m / \sqrt{1 - v^2/c^2})\, \vec{v}$ é o que chamamos momento do corpo $(\vec{p})$ e $m / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ sua massa de movimento (M).

No princípio não se afirma que existe uma única forma de atribuir massa de repouso aos corpos, e é fácil ver que se multiplicarmos todas elas por um número diferente de zero obtemos um novo conjunto de massas de repouso que está de acordo com a definição.

2. Conservação da massa de movimento

O princípio acima foi enunciado para um choque qualquer, mas um processo destes num referencial é visto como um processo do mesmo tipo nos outros, por isso é preciso verificar se o princípio, sendo válido num referencial seria válido nos outros, para que seja obedecido o princípio da relatividade. Entre referenciais de um mesmo referente isto é imediato, pois o momento de cada corpo é então um mesmo vetor, apenas decomposto de modos diferentes. E então, para referenciais de referentes diferentes temos de verificar apenas um caso, que pode ser aquele em que valem as transformações de Lorentz. Da transformação de velocidades podemos obter as transformações de $\vec{p}$ e M entre os dois referenciais, lembrando que m é um número atribuído a cada corpo, e portanto o mesmo em todos referenciais. ~~(Então)~~ Com estas transformações pode-se ver que a soma dos momentos se conserva ~~(em todos)~~ nos dois referenciais se e somente se também se conservar a soma das massas de movimento.

Temos então duas leis de conservação para choques: de $\Sigma \vec{p}$ e ΣM, que em conjunto são covariantes para as transformações ~~(de Lorentz. a)~~ da relatividade. A verificação experimental destas leis para partículas elementares é um ponto a favor da teoria, mas é importante compreender que não era necessário haver leis como estas e que poderia nem ser possível definir massa de repouso. O princípio da relatividade só exige que um choque bem determinado, realizado em relação a qualquer referencial, tivesse o mesmo resultado.

3. Força, Trabalho, Energia cinética

Aqui não há nada de novo.

A força que age sobre um corpo num dado instante é definida como a derivada em relação ao tempo do seu momento ($\vec{F} = d\vec{p}\,/\,dt$). Mas não para choques, em que o corpo pode sofrer uma variação instantânea finita de momento ou até deixar de existir (surgindo outros corpos), e sim para processos em que o ~~corpo~~ momento mude continuamente, como no caso de o corpo estar sofrendo ação elétrica de outros corpos. Esta definição só foi colocada aqui para se poder definir energia cinética, para a qual há um importante teorema relativo a choques na secção seguinte.

O trabalho realizado sobre um corpo é definido como a integral de linha da força que age sobre ele.

Finalmente, para definir energia cinética deve-se demonstrar primeiro que o trabalho que deve ser realizado sobre um corpo para alterar sua velocidade de $\vec{v}_1$ até $\vec{v}_2$ depende apenas dos módulos destas velocidades e de sua massa de repouso, e não da forma como foi feita a variação.

$$\tau = \int_{t=t_1}^{t=t_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{t=t_1}^{t=t_2} (\vec{F} \cdot \vec{v})\, dt = \left[\vec{p} \cdot \vec{v} - \int \left(\vec{p} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \right) dt \right]_{t=t_1}^{t=t_2} =$$

$$= \left[\frac{m\, \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \vec{v} - \int \frac{m\, \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot d\vec{v} \right]_{t=t_1}^{t=t_2} =$$

$$= \left[\frac{m\, v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \int \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \frac{1}{2}\, dv^2 \right]_{t=t_1}^{t=t_2} =$$

$$= \left[\frac{m\, v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + c^2 \cdot m \sqrt{1 - v^2/c^2} \right]_{t=t_1}^{t=t_2} = \left[m\, \frac{v^2 + c^2 (1 - v^2/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right]_{t=t_1}^{t=t_2} =$$

$$= \left[\frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right]_{t=t_1}^{t=t_2} = m \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} \right)$$

ou $\quad \tau = c^2 \cdot (M(t_2) - M(t_1))$

A energia cinética de um corpo pode então ser definida como o trabalho que deve ser realizado sobre ele para alterar sua velocidade de zero até o valor presente, e vale portanto

$$E_c = c^2 \cdot m \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) = c^2 \cdot (M - m)$$

4. Variação da massa de repouso e energia cinética nos choques e desagregações

A soma das energias cinéticas dos corpos envolvidos antes ou depois do processo é $\Sigma E_c = \Sigma\,(c^2 \cdot (M - m)) = c^2 \cdot (\Sigma M - \Sigma m)$.

Como ΣM se conserva, a variação de energia cinética vale $\Delta(\Sigma E_c) = \Delta\,(c^2\,(\Sigma M - \Sigma m)) = c^2\,(\Delta(\Sigma M) - \Delta(\Sigma m)) = c^2\,(0 - \Delta(\Sigma m)) = -\,c^2 \cdot \Delta(\Sigma m)$

Ou seja, nos choques e desagregações a variação total de energia cinética é oposta ao produto de c^2 pela variação total de massa de repouso.

Capítulo III - Eletromagnetismo

A linha a ser seguida aqui já foi explicada: encontrar a forma como uma partícula carregada pode influir no movimento de outra e explicar a partir disso todos os fenômenos elétricos observados. Porém já foram mencionados os problemas que esta havendo: parte dificuldade em prever o que deve ocorrer a partir da teoria e parte ignorância minha quanto ao que já se fez, tanto em prática como em teoria. De modo que será exposta apenas uma possível teoria, mas o ponto onde ela pode ser modificada fica bem claro.

1. A ação não deve ser instantânea.

Esta é uma idéia que já existe, e vale para qualquer tipo de ação a distância. Se a ação que um corpo A sofresse de um corpo B dependesse da situação de B no mesmo instante que A sofre a ação, num outro referente esta ação, ou melhor, sua transformação, não seria devida à situação de B no mesmo instante. Para que a coisa seja igual em todos referentes a ação deve "mover-se com a mesma velocidade" em todos eles; mas a velocidade que se transforma em si mesma para quaisquer referentes é c. Em termos precisos, a ação que um corpo A sofre de B num certo instante t_2 só pode ser devida a situação de B (~~—~~) num instante anterior t_1 em que B estava a distância r da posição de A em t_2, tal que $r = c \cdot (t_2 - t_1)$.

Lembrando que os corpos se movem com velocidade menor do que c, percebe-se que um corpo não pode sofrer num certo instante mais de uma ação de um mesmo outro corpo, e que nenhum corpo pode sofrer ação dele mesmo.

2. A transformação de força

Esta transformação será muito importante aqui. Dentro de um referente é apenas uma questão de decomposição diferente de um mesmo vetor, e entre referentes ela pode ser obtida no caso das transformações de Lorentz. A questão é apenas matemática, pois a força foi definida a partir de outras grandezas cujas transformações já se conhece.

Se S' se move com velocidade v em relação a S, para um corpo que se move com velocidade $\vec{u}$ em S e $\vec{u}'$ em S' temos

$$F_x = F_x' + u_y \frac{v}{c^2} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} F_y' + u_z \frac{v}{c^2} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} F_z'$$

$$F_y = \frac{1 - u_x \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} F_y'$$

$$F_z = \frac{1 - u_x \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} F_z'$$

Mas usando notação de tripla ordenada para vetores e usando γ para $1 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ estas transformações podem ser unidas na expressão

$$\vec{F} = \left(F'_x \, , \gamma \cdot F'_y \, , \gamma \cdot F'_z \right) + \frac{\vec{u}}{c} \wedge \left(0 \, , -\gamma \frac{v}{c} F'_z \, , \gamma \frac{v}{c} F'_y \right)$$

Como se pode verificar, partindo desta expressão, desenvolvendo o produto vetorial e chegando nas três transformações acima.

É nesta transformação que está a pista para explicar a força de Lorentz numa carga. Se em S' a força sobre a carga independer de $\vec{u}'$ e portanto de $\vec{u}$, em S a força será soma de uma parcela independente de $\vec{u}$ com o produto vetorial de $\vec{u}$ (ou $\frac{\vec{u}}{c}$) por um vetor independente de $\vec{u}$; o resultado exato! Mas o que deve estar acontecendo em S' para que lá a força independa de $\vec{u}'$? Simplesmente a carga que esta atuando sobre esta deve estar parada, ou melhor, devia estar parada no instante em que "enviou a ação". Tudo que temos de fazer é postular a ação de uma carga parada sobre outra com um movimento qualquer, para, por transformação, obtermos a ação de uma carga com um movimento qualquer sobre outra com um movimento qualquer. E o resultado tem justamente a forma que conhecemos da experiência!

3. O princípio da ação eletromagnética

Este princípio é uma pequena modificação da lei de Coulumb, lembrando que a ação é atrasada e que o corpo que a exerce deve estar parado no nosso referente. Existe ainda o problema da definição da carga, mas aqui acontece o mesmo que com a massa de repouso: é sempre possível atribuir a mesma carga a um corpo, para qualquer situação, e a definição virá implicitamente. No entanto esta definição fará desaparecer a constante $1/4\pi\varepsilon_0$, de modo que o Coulomb não será a unidade de carga M.K.S., que será $m \cdot N^{1/2}$, enquanto o sistema c.g.s. permanece inalterado.

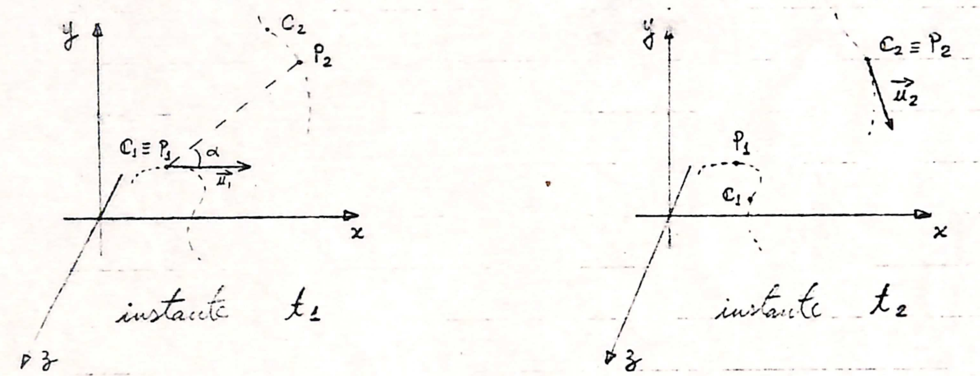
O princípio é o seguinte: "É possível atribuir a cada corpo um número que será chamado carga e simbolizado por q, tal que, se em relação a um referente, um corpo C_1 de carga q_1 estiver no ponto P_1 no instante t_1, com velocidade instantânea nula. E um corpo C_2 estiver no ponto P_2 no instante t_2. Então, se e somente se $P_1P_2 = c \cdot (t_2 - t_1)$, age sobre C_2 uma força elétrica devida a C_1 dada por
$\vec{F} = \left(q_1 \cdot q_2 \,/\, (P_1P_2)^3 \right) \cdot \overrightarrow{P_1P_2}$"

No caso do princípio de conservação do momento tivemos que verificar se ele era compatível com o princípio ~~de cos~~ da relatividade, mas aqui isto não acontece. Simplesmente porque o nosso princípio se refere a uma situação que só ocorre em um referente: com o corpo que exerce a ação parado. E entre os vários referenciais deste referente não há problema, pois é só uma questão de decompor $\vec{F}$ e $\overrightarrow{P_1P_2}$ de modos diferentes.

Quanto a definição de carga, vemos que não é possível multiplicá-las todas por um número qualquer, mas podemos fazê-lo por -1.

4. A lei geral da ação eletromagnética

Esta lei estabelece o que ocorre numa situação semelhante à do princípio, apenas se retira a condição de a velocidade de C_1 ser nula em t_1. Se ele tiver uma certa velocidade $\vec{u}_1$ ~~(constante)~~, tomemos um referencial S do nosso referente em que $\vec{u}_1$ tenha direção e sentido x, e no qual P_1 e P_2 estejam no plano xy.



Nas figuras temos $\vec{u}_1 \parallel x$

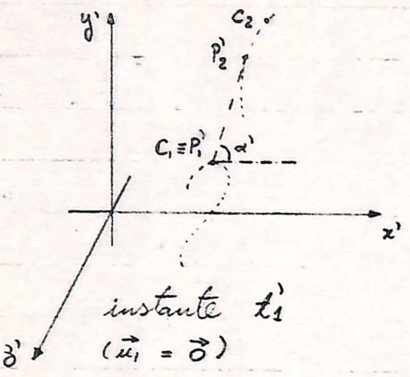
$P_1, P_2 \in$ plano xy

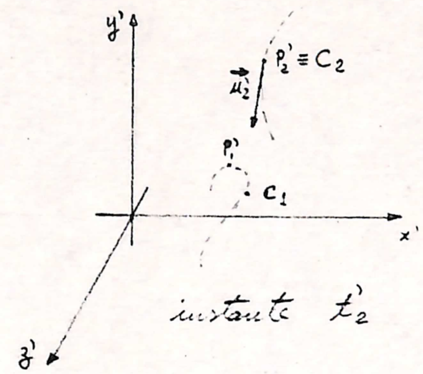
$\vec{u}_2$ qualquer (pode ter componentes x, y, z)

α é o ângulo entre $\vec{u}_1$ e $\overrightarrow{P_1P_2}$

$\overrightarrow{P_1P_2} = \vec{r}$

Como $u_1 < c$, existe um referencial S' que se move em relação a S na situação das transformações de Lorentz, com velocidade u_1. E no qual C_1 está parado num instante t_1' num ponto P_1' correspondentes a t_1 e P_1.





Ora, em S', C_2 sofrerá no instante t_2' a força dada no princípio, desde que $P_1' P_2' = c \cdot (t_2' - t_1')$, mas isto é equivalente a $P_1 P_2 = c\,(t_2 - t_1)$, e aliás foi por isso que achamos que esta é a condição para haver força. Sendo obedecida a condição teremos em S': $\vec{F}' = (q_1 \cdot q_2 \,/\, r'^3) \cdot \vec{r}' = (q_1 \cdot q_2 \,/\, r'^2) \cdot (\cos\alpha', \operatorname{sen}\alpha', 0)$

Transformando $\vec{F}'$ teremos $\vec{F}$, porém em função de r' e α', precisamos então achar êstes dois em função de r e α, o que é um problema de transformações. Podemos resolvê-lo facilmente com um artifício: imaginando um ponto que em S parte de P_1 no instante t_1, se move em direção a P_2 com velocidade c e, então, chega a este ponto no instante t_2. Em S' ele também se move com velocidade c, parte de P_1' em t_1' e chega a P_2' em t_2'. Iremos usar as transformações das componentes da velocidade deste ponto para obter o que queremos.

Temos: $v_x = c \cdot \cos\alpha$ $\qquad$ $v_x' = c \cdot \cos\alpha'$

$v_y = c \cdot \operatorname{sen}\alpha$ $\qquad$ $v_y' = c \cdot \operatorname{sen}\alpha'$

mas, pelas transformações:

$$v_x' = \frac{v_x - u_1}{1 - v_x \frac{u_1}{c^2}} \quad \therefore \quad c \cdot \cos\alpha' = \frac{c \cdot \cos\alpha - u_1}{1 - c\cos\alpha \frac{u_1}{c^2}} \quad \therefore \quad \cos\alpha' = \frac{\cos\alpha - \frac{u_1}{c}}{1 - \frac{u_1}{c}\cos\alpha}$$

$$v_y' = \frac{v_y\sqrt{1 - u_1^2/c^2}}{1 - v_x \frac{u_1}{c^2}} \quad \therefore \quad c \cdot \operatorname{sen}\alpha' = \frac{c \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - c \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \frac{u_1}{c^2}} \quad \therefore \quad \operatorname{sen}\alpha' = \frac{\sqrt{1 - u_1^2/c^2}\ \operatorname{sen}\alpha}{1 - \frac{u_1}{c}\cos\alpha}$$

Temos ainda que os percursos na direção y são iguais ($y_2 - y_1 = y_2' - y_1'$) de onde obtemos

$$r' = \frac{y_2' - y_1'}{\operatorname{sen}\alpha'} = \frac{y_2 - y_1}{\frac{\sqrt{1 - u_1^2/c^2}\ \operatorname{sen}\alpha}{1 - \frac{u_1}{c}\cos\alpha}} = \frac{y_2 - y_1}{\operatorname{sen}\alpha} \cdot \frac{1 - \frac{u_1}{c}\cos\alpha}{\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2}}} =$$

$$= r \cdot \frac{1 - \frac{u_1}{c}\cos\alpha}{\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2}}}$$

Aplicando a transformação de força que vimos na secção 2 e estas transformações, vem, após algumas simplificações

$$\vec{F} = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{1 - u_1^2/c^2}{(1 - \frac{u_1}{c}\cos\alpha)^3} \cdot \Big[(\cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha, 0) - (\tfrac{u_1}{c}, 0, 0) +$$

$$+ \frac{\vec{u}_2}{c} \wedge (0, 0, \tfrac{u_1}{c}\operatorname{sen}\alpha) \Big]$$

Notando que

$$(\cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha, 0) = \frac{\vec{r}}{r} \quad , \quad (\tfrac{u_1}{c}, 0, 0) = \frac{\vec{u}_1}{c}$$

$$\frac{\vec{u}_1}{c} \wedge \frac{\vec{r}}{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{u_1}{c} & 0 & 0 \\ \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 0 \end{vmatrix} = (0, 0, \tfrac{u_1}{c}\operatorname{sen}\alpha)$$

A força pode ser escrita como

$$\vec{F} = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \; \frac{1 - \frac{u_1^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{u_1}{c}\cos\alpha\right)^3} \left[\left(\frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{u}_1}{c} \right) + \frac{\vec{u}_2}{c} \wedge \left(\frac{\vec{u}_1}{c} \wedge \frac{\vec{r}}{r} \right) \right]$$

O enunciado da lei é semelhante ao do princípio, só precisamos eliminar a condição de c_1 ter velocidade nula em t_1 e substituí-la pela velocidade $\vec{u}_1$. Afirmar que c_2 tem velocidade $\vec{u}_2$ em t_2 e colocar a expressão acima para a força, onde $\vec{r} = \overrightarrow{P_1P_2}$ e α é o ângulo entre $\vec{u}_1$ e $\vec{r}$. O princípio é um caso particular desta lei.

5. Princípio da superposição das forças elétricas

A lei da secção anterior fornece a força que um corpo sofre devido a um outro. Mas e se um corpo deve sofrer ação de vários outros num mesmo instante? Esta pergunta só pode ser respondida com um novo princípio, e este princípio afirma que a força elétrica total é a soma das forças elétricas devidas a cada corpo. A transformação de força mostra que se isto for válido em um referencial será em todos, e portanto não há problemas com o princípio da relatividade.

Com os dois princípios fica perfeitamente determinada a força elétrica num caso qualquer e não haverá mais princípios.

6. Vetores de campo $\vec{E}$ e $\vec{B}$

Com o princípio da superposição e a lei geral obtemos a força elétrica que atuaria num corpo C que se move com velocidade $\vec{u}$ num certo instante t, num ponto P, devida a vários corpos $C_1, C_2, \ldots, C_n$, que se moviam com velocidades $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \ldots, \vec{u}_n$ nos instantes em que "emitiram" as ações, sendo $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_n$ os vetores que iam de suas posições até P e α_i os ângulos entre cada $\vec{u}_i$ e $\vec{r}_i$

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{q \cdot q_i}{r_i^2} \frac{1 - \frac{u_i^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{u_i}{c}\cos\alpha\right)^3} \left[\left(\frac{\vec{r}_i}{r_i} - \frac{\vec{u}_i}{c} \right) + \frac{\vec{u}}{c} \wedge \left(\frac{\vec{u}_i}{c} \wedge \frac{\vec{r}_i}{r_i} \right) \right] =$$

$$= q \cdot \left[\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^2} \frac{1 - \frac{u_i}{c}}{\left(1 - \frac{u_i}{c}\cos\alpha\right)^3} \cdot \left(\frac{\vec{r}_i}{r_i} - \frac{\vec{u}_i}{c} \right) \right) + \frac{\vec{u}}{c} \wedge \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^2} \frac{1 - \frac{u_i}{c}}{\left(1 - \frac{u_i}{c}\cos\alpha\right)^3} \cdot \left(\frac{\vec{u}_i}{c} \wedge \frac{\vec{r}_i}{r_i} \right) \right) \right]$$

As únicas características do corpo C nesta expressão são q e $\vec{u}$, enquanto as duas somatórias dependem apenas de características dos corpos que exercem a ação. Para obtermos a força sobre qualquer corpo que estivesse em P no instante t estas somatórias não seriam alteradas; são características do ponto neste instante. Podemos chamar a primeira de $\vec{E}$ e a segunda de $\vec{B}$, e obtemos então $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \frac{\vec{u}}{c} \wedge \vec{B}\right)$, a força de Lorentz.

O $\vec{B}$ definido é o mesmo usado no livro de Berkeley, mas há outros que usam este dividido por c.

7. Transformações de $\vec{E}$ e $\vec{B}$

A questão aqui é achar estas transformações entre referenciais do caso da transformação de Lorentz, pois, como sempre, num mesmo referente não há problema e ~~outro~~ qualquer outro caso pode ser obtido por composição.

Tomando os referenciais S e S' de sempre digamos que temos num certo ponto e instante de S certos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ e no ponto e instante correspondentes de S' $\vec{E'}$ e $\vec{B'}$. As transformações poderiam ser obtidas das definições de $\vec{E}$ e $\vec{B}$ mas isto é muito trabalhoso. Há um artifício, pois sabemos que se houver um corpo de carga q no tal ponto e instante a força elétrica sobre ele em S e S' é $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \frac{\vec{u}}{c} \wedge \vec{B}\right)$, $\vec{F'} = q\left(\vec{E'} + \frac{\vec{u'}}{c} \wedge \vec{B'}\right)$ e isto para qualquer $\vec{u}$ e correspondente $\vec{u'}$. $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{E'}$ e $\vec{B'}$ são, cada um, um vetor bem definido, se estabelecemos as transformações usando $\vec{u}$ e $\vec{u'}$ particulares e simplificadores, isto não terá nenhum problema. O truque é usar $\vec{u} = (v,0,0)$ e $\vec{u'} = (0,0,0)$ para obter

$$E'_x = E_x \, , \quad E'_y = \gamma\left(E_y - \frac{v}{c} B_z\right) \, , \quad E'_z = \gamma\left(E_z + \frac{v}{c} B_y\right)$$

onde $\gamma = 1 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

Usar $\vec{u} = (0,0,0)$ e $\vec{u'} = (-v,0,0)$ par obter

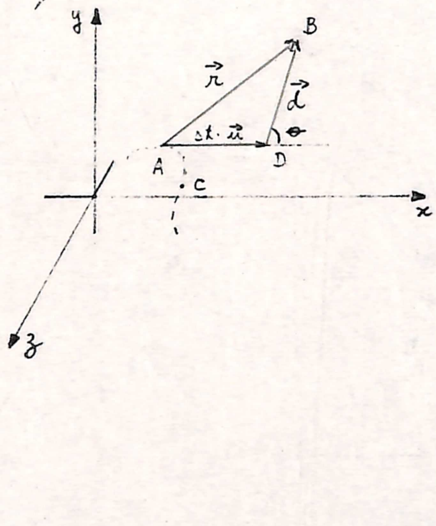
$$B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{v}{c} E_z\right) \, , \quad B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{v}{c} E_y\right)$$

Mas para obter B'_x é preciso usar um caso um pouco mais complicado. Por exemplo $\vec{u} = (0,0,u)$ $\vec{u'} = (-v, 0, u\sqrt{1 - v^2/c^2})$ e obtemos $B'_x = B_x$

Poderia-se perguntar o que garante que as transformações que obteríamos com outros $\vec{u}$ e $\vec{w}$ seriam as mesmas, mas isto é equivalente a perguntar o que garante que $\vec{F}$ e $\vec{F'}$ podem ser expressos como foram, e vimos que isto é conseqüência de no referente para o qual foi enunciado o princípio a força independer da velocidade.

8. Outra forma de expressar os campos.

Na expressão do campo elétrico gerado por um corpo de carga q num ponto aparece o vetor $\frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{u}}{c} = \frac{1}{r}(\vec{r} - \frac{r}{c}\vec{u})$, mas pela condição de atraso do campo, $\frac{r}{c}$ deve ser igual a Δt, intervalo de tempo entre o "envio" e a "chegada" do campo, e ficamos com $\frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{u}}{c} = \frac{1}{r}(\vec{r} - \Delta t \cdot \vec{u})$. Neste intervalo de tempo o corpo pode ter mudado de velocidade, mas $\Delta t \cdot \vec{u}$ representa o deslocamento que teria sofrido o corpo se mantivesse a velocidade constante, e $\vec{r} - \Delta t \cdot \vec{u}$ representa então um vetor $\vec{d}$ que uniria neste caso o corpo ao ponto em que há o campo.



A posição do corpo quando gerou o campo (instante t)

B ponto onde o campo é observado (instante $t + \Delta t$)

C ponto em que o corpo está no instante $t + \Delta t$

D ponto onde o corpo se encontraria no instante $t + \Delta t$, com velocidade constante.

Podemos expressar $\vec{E}$ e $\vec{B}$ em função de $\vec{d}$ em vez de $\vec{r}$ e do angulo θ entre $\vec{d}$ e $\vec{u}$ em vez de α entre $\vec{r}$ e $\vec{u}$.

Já sabemos que

$$\vec{E} = \frac{q}{r^2} \frac{1 - \frac{u^2}{c^2}}{(1 - \frac{u}{c}\cos\alpha)^3} \left(\frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{u}}{c} \right) = q \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) \cdot \frac{1}{r^3 (1 - \frac{u}{c}\cos\alpha)^3} \cdot \vec{d}$$

E notando que

$$\frac{\vec{u}}{c} \wedge \vec{d} = \frac{\vec{u}}{c} \wedge (\vec{r} - \Delta t \cdot \vec{u}) = \frac{\vec{u}}{c} \wedge \vec{r} - \Delta t \left(\frac{\vec{u}}{c} \wedge \vec{u} \right) = \frac{\vec{u}}{c} \wedge \vec{r}$$

Podemos escrever $\vec{B}$ como

$$\vec{B} = \frac{q}{r^2} \frac{1 - \frac{u^2}{c^2}}{(1 - \frac{u}{c}\cos\alpha)^3} \left(\frac{\vec{u}}{c} \wedge \frac{\vec{r}}{r} \right) = q \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) \frac{1}{r^3 (1 - \frac{u}{c}\cos\alpha)^3} \cdot \left(\frac{\vec{u}}{c} \wedge \vec{d} \right)$$

Precisamos obter $r^3 (1 - \frac{u}{c}\cos\alpha)^3$ em função de d e θ, mas este é um problema de geometria. Com o triângulo ADB da figura obtém-se

$r (1 - \frac{u}{c}\cos\alpha) = d \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\operatorname{sen}^2\theta\right)^{1/2}$ de onde

$r^3 (1 - \frac{u}{c}\cos\alpha)^3 = d^3 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\operatorname{sen}^2\theta\right)^{3/2}$

E então

$$\vec{E} = \frac{q}{d^3} \frac{1 - \frac{u^2}{c^2}}{(1 - \frac{u^2}{c^2}\operatorname{sen}^2\theta)^{3/2}} \vec{d} \qquad \vec{B} = \frac{q}{d^3} \frac{1 - \frac{u^2}{c^2}}{(1 - \frac{u^2}{c^2}\operatorname{sen}^2\theta)^{3/2}} \left(\frac{\vec{u}}{c} \wedge \vec{d} \right)$$

A expressão de $\vec{E}$ é interessante, mostra que este vetor é radial a partir da posição que o corpo ocuparia com velocidade constante. Esta posição poderia ser chamada de "posição virtual do corpo" e $\vec{d}$ de "raio virtual".

9. Campos de uma carga com movimento uniforme.

Neste caso a posição virtual coincide com a real em cada instante, e os campos podem ser facilmente obtidos das expressões da seção anterior. Se o corpo se move com velocidade $\vec{u} = (u, 0, 0)$, passando pela origem no instante zero teremos em cada ponto (x, y, z) e em cada instante t:

$$\vec{E} = q \cdot \frac{\gamma}{((x-ut)^2\gamma^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \cdot (x - ut, y, z)$$

$$\vec{B} = q \cdot \frac{\gamma \cdot \frac{u}{c}}{((x-ut)^2\gamma^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \cdot (0, -z, y)$$

onde $\gamma = 1 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$

Em um dado instante os campos em pontos diferentes foram "emitidos" em instantes diferentes, porém em todo lugar $\vec{E}$ é radial a partir da posição atual da carga geradora. Pode verificar-se a validade das equações de Maxwell ($\operatorname{div} \vec{E} = 0$, $\operatorname{div} \vec{B} = 0$, $\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, $\operatorname{rot} \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$) para os campos em torno da carga a cada instante. As duas primeiras destas equações garantem que os fluxos de $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são constantes para toda superfície fechada que envolve a carga e zero para toda que não a envolve; para obter os fluxos no primeiro caso podemos usar uma superfície particular, como uma esfera com centro na carga. ~~Obtem~~ Obtém-se realmente zero para o fluxo de $\vec{B}$ e $4\pi q$ para o de $\vec{E}$, independentemente de u.

Este campo é estudado em vários livros e o resultado é o mesmo exposto aqui. O problema é a forma como isto é feito, impondo-se às vezes que as equações de Maxwell são válidas, como ponto de partida, e inclusive definindo carga de uma maneira circular, como $\frac{1}{4\pi}$ do fluxo de $\vec{E}$ por uma superfície que envolva o corpo, e esquecendo que $\vec{E}$ só pode ser definido após se ter definido carga. Os resultados só são os mesmos pela grande coincidência de as equações de Maxwell valerem realmente neste caso.

10. Campo de uma carga acelerada

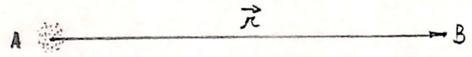
Se conhecermos o movimento de uma carga, o seu campo em cada instante estará perfeitamente determinado. Mas a dificuldade em obter em geral este campo é matemática, principalmente porque o campo em cada ponto foi "emitido" em um instante diferente.

No caso de uma carga com aceleração constante pode-se concluir por argumentos indiretos (pelo fluxo de $\vec{E}$ através de superfícies particulares) que não deve valer ao menos a equação $\operatorname{div} \vec{E} = 0$, se os campos forem como estamos admitindo. Estes argumentos foram tirados do Berkeley, que nos vol. II e III estuda este caso, mas admite que o campo de cargas aceleradas tem componentes a mais, e as procura para que esta equação de Maxwell seja mantida. Isto será discutido na secção 14.

11. Uma questão estatística

O problema que será resolvido aqui é importante para se explicar os campos de correntes em condutores. Se admitirmos a teoria de que as cargas negativas nos condutores têm movimentos aleatórios aos quais se ~~supõe~~ sobrepõe velocidades cuja média é a velocidade de arrastamento, responsável pela corrente elétrica.

Num primeiro caso vamos tomar dois pontos A e B num referente e supor que existe um número n, grande, de corpos com mesma carga q se ~~movem~~ movendo aleatoriamente em torno de A, e a distâncias de A muito menor do que AB.



Queremos saber como são os campos devidos a estas cargas em B, num certo instante, admitindo como aproximação que todas as cargas estivessem no próprio ponto A quando emitiram os campos. Isto não parece ser fácil a princípio, principalmente para $\vec{E}$, porém existe ~~um~~ um artifício. É verdade que as cargas podem estar sendo aceleradas, e então as equações de Maxwell não valem para os seus campos, mas podemos mostrar que independentemente da aceleração, os fluxos de $\vec{E}$ e $\vec{B}$ ~~(valem)~~ através de uma superfície esférica em que todos os pontos são atingidos por campos emitidos num mesmo instante por um corpo, valem, respectivamente, $4\pi q$ e zero, onde q é a carga do corpo. Se tomarmos uma esfera de centro em A e raio $r = AB$ e lembrarmos a aproximação que

fizemos, vemos que ela está na condição exigida e portanto, para os campos de cada carga temos
$\phi_{\vec{E}} = 4\pi q$, $\phi_{\vec{B}} = 0$. Da superposição para forças elétricas vem a superposição para os campos elétricos e magnéticos, e então para os fluxos totais
$\phi_{\vec{E}} = \Sigma(4\pi q) = 4\pi \Sigma q = 4\pi n q$, $\phi_{\vec{B}} = \Sigma \phi_{\vec{B}} = 0$.

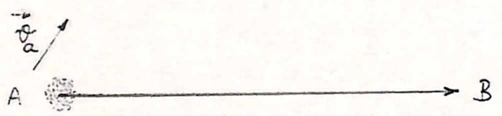
Como temos um número grande de cargas quais movendo-se ao acaso em torno de A, a situação é totalmente simétrica (consideração estatística) e portanto $\vec{E}$ e $\vec{B}$ devem ser radiais a partir de A e manter um módulo fixo em toda a superfície esférica que tomamos agora podemos obter estes vetores em B:

$$\vec{E} = \frac{\phi_{\vec{E}}}{4\pi r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \frac{4\pi n q}{4\pi r^2} \frac{\vec{r}}{r} = \frac{nq}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{B} = \vec{0}$$

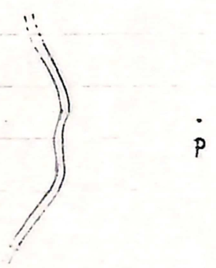
Os campos são os mesmos que haveria se as cargas estivessem paradas e concentradas em A. Isto não era óbvio, só ocorreu porque os fluxos sobre a superfície tomada independem da velocidade das cargas. Se o fluxo de $\vec{E}$, por exemplo, aumentasse com a velocidade da carga o campo no caso seria maior. O fato disto não ocorrer é importante para manter a teoria de acordo com a experiência, pois pelo que se crê, na matéria em geral há cargas positivas e negativas em igual quantidade, mas com movimentos bem diferentes. Como as cargas totais positivas e negativas são muito grandes ~~na matéria~~, devido ao grande número de átomos, uma pequena diferença relativa nos seus campos poderia causar um campo final detectável experimentalmente e sua não verificação derrubaria a teoria. Deve-se lembrar também que nestes casos em que tratamos com átomos e eléctons as distâncias a que fazemos as medidas tornam as nossas aproximações excelentes.

Depois deste caso devemos examinar aquele em que as cargas têm uma velocidade média de arrastamento $\vec{v}_a$, de módulo menor do que c.



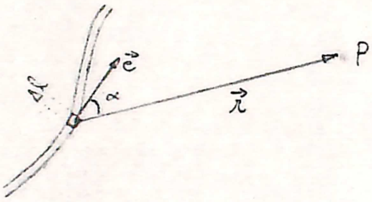
A idéia que vem imediatamente é a de tomar o referente que se move em relação ao nosso com velocidade $\vec{v}_a$, pois nele as cargas devem ter um movimento aleatório com velocidade vetorial média nula. Mas isto não é tão simples, por causa das transformações de velocidade entre os referenciais; para v_a próximo de c a questão pode se complicar muito. Mas nos casos práticos de correntes em condutores v_a é muito menor do que c, e neste caso as transformações de velocidade da relatividade são muito aproximadas `as de Galileu, de modo que realmente no novo referente as velocidades são totalmente aleatórias e estamos no caso que acabamos de tratar. Os campos neste referente no ponto e instante correspondentes a B no instante que estamos tomando, são os mesmos de uma carga nq que estivesse parada, e que portanto se moveria no nosso referente inicial com velocidade $\vec{v}_a$. Lembrando que as transformações dos campos fazem corresponder a campos bem determinados naquele referencial campos bem determinados no nosso, vemos que os campos em B devem realmente ser os mesmos de uma carga n.q que as tivesse "emitido" do ponto A, movendo-se com velocidade $\vec{v}_a$.

12. Campo magnético de uma corrente num condutor



Neste caso temos um excesso de cargas positivas paradas e de cargas negativas em movimento, no nosso referente; o campo magnético é devido apenas a estas últimas. Usando o que deduzimos na secção anterior podemos dividir o fio em pequenos trechos e calcular o campo como se em cada um as cargas de condução se movessem todas tangencialmente ao fio com a velocidade de arrastamento. Para um cálculo exato do campo num ponto P num certo instante teríamos problemas, pois as várias cargas de condução "emitiram" o campo em instantes diferentes, e se fossemos tomar cada uma no instante em que emitiu, a densidade linear de carga não seria constante ao longo do fio, além de que seria difícil obtê-la. Mas acontece que os campos se propagam com a velocidade c, que é muito maior do que a velocidade v_a das cargas no condutor, e como as distâncias dos trechos do circuito ao ponto onde medimos o campo na prática não são muito grandes (ao menos para os trechos do circuito que contribuem efetivamente para o campo), vemos que as cargas se moveram muito pouco desde que "emitiram" o campo até este "atingir" o ponto P. Então, com boa aproximação vamos tomar as cargas no condutor todas num mesmo instante, como se o campo se propagasse instantaneamente.

Para um trecho pequeno, de comprimento Δl, a carga de condução é $\lambda \cdot \Delta l$, onde λ é a densidade linear destas cargas. Considerando que toda esta carga se move com velocidade $v_a \cdot \vec{e}$, onde $\vec{e}$ é o versor tangente ao fio, no sentido da corrente convencional, o $\vec{B}$ em P, devido a este trecho



será

$$\vec{B} = \frac{\lambda \cdot \Delta l}{r^2} \cdot \frac{1 - \frac{v_a^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v_a}{c}\cos\alpha\right)^3} \cdot \left(\frac{v_a \cdot \vec{e}}{c} \wedge \frac{\vec{r}}{r} \right)$$

O segundo fator é muito próximo de 1, pois $v_a << c$, e podemos desprezá-lo. Chamando $\Delta l \cdot \vec{e}$ de $\vec{\Delta l}$ e lembrando que $\lambda \cdot v_a = i$, vem

$$\vec{B} = \frac{i}{r^2 \cdot c} \left(\vec{\Delta l} \wedge \frac{\vec{r}}{r} \right)$$

O campo total em P é soma destes campos para os vários trechos, mas como as aproximações que fizemos são tanto melhores quanto menores os trechos devemos tomar a integral de linha

$$\vec{B} = \int_{fio} \frac{i}{r^2 \cdot c} \left(\vec{dl} \wedge \frac{\vec{r}}{r} \right) = \frac{i}{c} \int_{fio} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

É importante notar que fizemos várias aproximações mas que nos casos práticos elas são excelentes. Este é o segundo sucesso da teoria, ela havia previsto que a força sobre uma carga é dada pela expressão de Lorentz, e agora prevê corretamente o campo $\vec{B}$ de uma corrente conduzida; a expressão acima é a lei de Biot-Savart.

13. Campo elétrico de uma corrente num condutor

Nesta parte estou com dificuldades.

É este campo que deve explicar a corrente induzida num condutor quando varia a corrente em outro. Devemos explicar por que ($\vec{E}$) (~~corrente~~) o campo é irrotacional quando a corrente é estacionária e rotacional quando não é, e ainda prever o valor correto para a f. e. m. induzida.

Mas isto não está fácil. Em parte por causa da questão de saber como é a corrente em cada parte de um circuito quando ela varia, por exemplo, ao fechar-se um interruptor ou no caso das correntes alternadas. E mesmo no caso de correntes estacionárias há dificuldade em calcular o campo elétrico, que é devido às cargas positivas paradas e às negativas se movendo.

14. Onde a teoria pode ser modificada

A modificação deveria ser feita no princípio da ação eletromagnética (também poderia ser no da superposição, mas isto é muito improvável) e de modo que a teoria fique de acordo com a experiência. Em muitos livros aparece um campo diferente (com uma parcela adicional) no caso de cargas aceleradas, sendo esta parcela função da aceleração. No vol. III do Berkeley procura-se esta parcela a mais de $\vec{E}$, mas para que a primeira equação de Maxwell permaneça válida, e o raciocínio é feito com várias aproximações. Depois admite-se ainda um campo $\vec{B}$ gerado por cargas em repouso mas aceleradas, o que é feito por causa da idéia de que uma carga acelerada emite "radiações eletromagnéticas", nas quais temos que ter $\vec{E}$ e $\vec{B}$. Seja como for o campo de cargas aceleradas, a idéia de que ela deve perder energia cinética por criar este campo não faz sentido; os campos indicam a força que ela poderá aplicar (à distância e atrasada no tempo) sobre uma outra carga, e não age nenhuma força sobre ela por criá-los. Existem fatos experimentais como a radiação síncrotron, em que cargas aceleradas realmente originam estas "radiações eletromagnéticas" e é preciso explicar estes fatos, mas para isto é preciso ter uma teoria clara sobre o que são estas "radiações".

Há mais algumas observações que devem ser feitas:

1) a parcela a mais proposta nos livros é pequena a curtas distâncias, mas cai com r em vez de r^2, de modo que a grandes distâncias se torna importante. Então ela teria pouca influência para explicar o efeito Faraday onde está havendo problema.

2) Esta parcela é considerada a responsável pela "radiação" de uma antena emissora de rádio, mas

neste caso tenho uma grande dúvida: porque geralmente não importa a orientação da antena receptora?

3) O princípio poderia se pensar no seguinte problema. "Nós só pudemos concluir que a força sobre uma carga num referente qualquer é dada pela expressão de Lorentz porque num referente (o do princípio) a força independia da velocidade da carga. Mas se agora formos postular um $\vec{B}$ naquele caso não poderemos garantir que a força num referente qualquer é dada por uma expressão destas." Realmente, nós não podemos garantir até agora, mas é possível verificar pela transformação de força que se num referente $\vec{F} = q\,(\vec{E} + \frac{\vec{u}}{c} \wedge \vec{B})$ com $\vec{E}$ e $\vec{B}$ fixos, em outro qualquer $\vec{F}' = q\,(\vec{E}' + \frac{\vec{u}'}{c} \wedge \vec{B}')$, com $\vec{E}'$ e $\vec{B}'$ também fixos e relacionados com os primeiros como já vimos. Independentemente de $\vec{B}$ ser nulo em algum referente. De qualquer modo fica uma observação: o nosso $\vec{B}$ surgiu naturalmente da transformação de força, de modo que explicamos a ~~transformação~~ força de Lorentz, enquanto que com a modificação do princípio estaríamos postulando esta expressão para um referente. Mas isto não é uma razão lógica contra a modificação.

4) Se tivermos uma expressão para os campos que acharmos que deve ser a correta (talvez porque explique os fatos observados) e que pareça o campo de uma carga com movimento qualquer, devemos tomar esta expressão para a velocidade nula, postulá-la neste caso (no lugar do nosso princípio) e obter então por transformação a lei geral, que deve coincidir com a expressão geral

inicial. Se não, é sinal que a nossa expressão inicial não pode ser válida em todo referente e não poderemos mantê-la junto com o princípio da relatividade.

Capítulo IV

1. Gravitação

Esta secção é apenas para esclarecer que a gravitação deve ser estudada do mesmo modo que o eletromagnetismo. Deve-se postular a ação de um corpo sobre outro (que deverá ser atrasada do mesmo modo) num caso particular e deduzir por transformação a lei geral. Isto deve ser feito de modo que se deduza da teoria os fatos experimentais observados, inclusive possíveis precessões de periélio de planetas. Mas aqui há uma grande desvantagem em relação ao eletromagnetismo, o número de fatos experimentais é bem menor e as condições iniciais geralmente não são controláveis.

2. Porque se observa o que se chama "conservação de energia".

Esta é uma questão importante, mas cuja resposta ainda não esta completa e que nos leva a um problema bem geral: compreender a estrutura da matéria para podermos fazer a ligação entre a física construida para corpos puntuais e os corpos não puntuais que observamos normalmente.

Há um primeiro caso que é um problema apenas de matemática. Se num referente tivermos um campo de força constante e conservativo agindo sobre um corpo, podemos definir energia potencial para este corpo em cada ponto e provar que a soma de sua energia cinética com a potencial se conserva. Aliás esta é a razão porque muitas tentativas de moto-contínuo falharam, refiro-me aos que eram sistemas mecânicos que deveriam fazer movimentos cíclicos no campo gravitacional terrestre, que é conservativo.

Os fenômenos que levaram a idéia de um princípio geral de conservação de energia foram principalmente os que envolvem movimento e calor, como a produção de calor por choques ou a realização de trabalho mecânico por gases aquecidos. Estes fenômenos podem ser compreendidos pela idéia muito antiga de que o que sentimos como calor seja causado por movimentos desordenados de moléculas e o que medimos como calor é energia cinética destas moléculas (esta segunda idéia é um pouco mais nova). Então os fenômenos como os mencionados envolvem simplesmente choques entre moléculas em que elas mudam seus movimentos. A "conservação de energia" no caso significa que se conserva a soma das energias cinéticas de todas as moléculas, tanto correspondentes aos seus movimentos desordenados (calor) como dos ordenados (movimento de corpos como um todo) e isto poderia ser explicado facilmente se as moléculas fossem pontos, pelo teorema da secção 4 do capítulo II: como não há reação química as moléculas, após os choques são as mesmas que antes, e portanto se conservam as massas de repouso; logo a energia cinética também se conserva. Mas as moléculas não são pontos, e então o problema fica reduzido a compreender a sua estrutura e como são os choques entre moléculas, e, a partir disto, explicar por que nestes casos vale o mesmo que para pontos. Com isto também explicaríamos o caso das reações químicas. Aqui as moléculas se alteram, mas a variação de suas energias cinéticas é um valor determinado pelas suas massas de repouso. Explica-se porque reações químicas podem ser acompanhadas por aquecimento ou esfriamento e a lei de Hess, que no caso representa a "conservação de energia". O caso de reações nucleares é análogo, mas neste caso a variação de massa de repouso e de energia cinética são bem maiores. Porém continua o problema que se o núcleo não for um ponto não poderemos dizer que o que se observa é consequência direta do teorema provado.

Outros casos práticos são os que envolvem correntes elétricas. Eles também podem ser reduzidos à compreensão da estrutura da matéria se admitirmos que o que se chama de energia elétrica de uma corrente é a energia cinética das cargas responsáveis pela corrente. O efeito Joule pode ser explicado por choques (cuja natureza precisa ser compreendida) entre estas cargas e as moléculas do condutor e a conservação de energia cinética neste caso é devida novamente à não variação das massas de repouso. O caso dos motores e geradores elétricos já foi explicado na introdução da 2ª parte, e não depende da redução do problema. Este também deve ser o caso em transformadores, pois não envolvem choques, mas aqui eu não consegui dar uma explicação para a conservação e nem sequer para o fenômeno, como já vimos.

Existem ainda outros casos como pilhas, eletrólise, par termo-elétrico, etc, em que é preciso compreender primeiro o fenômeno e então a explicação de qualquer relação que seja chamada "conservação de energia" virá naturalmente, pois a teoria que fizermos sobre o fenômeno deverá ~~explicar~~ prever corretamente tudo que se observa, e em particular isto

3. Corpos não puntuais.
Dimensões de estabilidade

Esta secção é sobre a questão já mencionada: a ligação entre a física de pontos e os corpos que observamos. Normalmente dizemos que algo é um corpo quando a mudança do movimento de algum de seus pontos provoca alteração no movimento dos outros, o que significa que há ação entre os pontos (ação interna ao corpo). O problema é saber como são as partes dos corpos e como são as ações internas que fazem com que elas se comportem como se observa (que ligam as partes).

Não tenho uma resposta para estas questões e não sei até que ponto se tem alguma. Mas seja como for, as ações internas deverão estar de acordo com uma lei que poderíamos chamar de "lei das dimensões de estabilidade" e que vem das transformações de Lorentz e do princípio da relatividade.

Imagine um corpo que está parado, isto é, todos os seus pontos estão parados, em um referente R. Se aplicarmos forças externas em pontos opostos do corpo poderemos alterar suas dimensões e seus pontos poderão ainda ficar parados, desde que as forças internas e externas se anulem em ~~todos~~ cada ponto (como quando uma borracha está esticada ou comprimida). Mas se não houver forças externas o corpo parado terá dimensões bem definidas que são suas "dimensões de estabilidade no repouso". Porém existem outros referentes, em R', que se move com velocidade de módulo v (< c) em relação a R, todos os pontos do corpo se movem com velocidade v, constante, e portanto as forças internas também se anulam em relação a R' e o corpo é estável. Mas, pelas transformações de Lorentz, as dimensões do corpo em R', nas direções perpendiculares ao movimento do corpo devem ser as mesmas que em R, e na direção do movimento devem ser as em R multiplicadas por $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, e isto permanecendo o corpo estável. Pelo princípio da relatividade isto acontecerá em todos os referentes, inclusive R. "Um corpo que é estável em repouso com certas dimensões é estável quando se move com velocidade de módulo v, com os mesmos comprimentos nas direções perpendiculares ao movimento e com os comprimentos multiplicados por $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ na direção do movimento". Esta é a lei mencionada.

Suponhamos agora que tomamos o corpo parado em R e, a partir de um instante, possamos a aplicar uma força sobre um de seus pontos, por exemplo, empurrando o corpo. Este ponto irá se deslocar de sua posição e então passará a exercer ação (interna) sobre outros e assim por diante, de modo que o corpo passará a se mover. Mas estas ações devem ser atrasadas da forma como já vimos, de modo que num certo instante os movimentos dos vários pontos poderão ser bem diferentes. Se deixarmos de exercer força externa, ainda haverá forças internas por algum tempo, até que todos os pontos estejam com mesma velocidade e as dimensões sejam as de estabilidade para esta velocidade. Visto de outro referente, os movimentos dos pontos são diferentes, mas tanto antes da aplicação da força externa como depois, as dimensões têm de ser as de estabilidade para a respectiva velocidade, ou haverá ações internas, e em qualquer instante o movimento de cada ponto está de acordo com as ações que ele sofre, internas e externas ao corpo.

É importante entender que não há paradoxos envolvendo comprimento de corpos. Se conhecermos os movimentos dos pontos de um corpo em um referente podemos obtê-los em outro referente pelas transformações de Lorentz, e nos dois referentes estes pontos terão seus movimentos determinados pelas mesmas leis de ação entre pontos. Simplesmente porque estas leis devem ser covariantes se a relatividade estiver certa.

4. Observação final.

Existem muitos fenômenos na natureza, porém todos os que conhecemos envolvem o que se chama de "matéria" e o que se chama de "radiações eletromagnéticas". Se conhecermos a constituição destas duas coisas e como estes seus constituintes agem um sobre o outro (visto de cada um dos referentes) deveremos compreender todos os fenômenos, pois o que observamos como comportamento de um corpo não passa do comportamento de suas várias partes. É importante lembrar que para podermos enunciar princípios como os dos capítulos II e III estes constituintes fundamentais devem realmente ser pontos, e não sei se há razões para dizer que o que se considera atualmente partículas elementares são ou não pontos.

Isto deve ser feito o mesmo que foi feito até aqui: conhecer e procurar compreender o que já se fez, e juntando com novas idéias, montar um sistema que seja consistente internamente e que esteja de acordo com os fatos observados.