

**Título:**

"Considerações sôbre a radiação eletromagnética de fundo e a existência de um Universo aberto".

**Summary:**

In this development, we look a conclusive evidence relative to the hiperbolic Universe (Einstein - De Sitter), assumed on the anisotropic measurements of eletromagnetic background radiation and in the measurements of the ratio of the mean density to the critical density, of the matter in the Universe, assumed to be the results obtained by R. Harms and A. Mahil (10).

**Resumo:**

Procuramos dar a este desenvolvimento um caráter conclusivo com relação a escolha de um Universo hiperbólico (Einstein-De Sitter) apoiados nas verificações da anisotropia da radiação eletromagnética de fundo e nas verificações da relação densidade média e densidade crítica, da matéria do Universo realizadas principalmente por R. Harms e A. Mahil (10).

Antonio Tadeu F. Amado

Centro de Especialização, Aperfeiçoamento e Extensão-Colégio Liceu Santista-Dep. de Ciências e Matemática; da Sociedade Visconde de São Leopoldo.

Rua Euclides da Cunha, 241 - Santos CEP: 11.100.

## I- Introdução.

Como sabemos a teoria da Relatividade Geral tem caráter geometro - gravitacional, onde a presença de energia e matéria resulta em uma curvatura do espaço-tempo (1).

Se a ausência de ambas fôr notada em certa região espaço-temporal, será esta região descrita por uma geometria euclideana (2), conforme nossa experiência diária.

A Relatividade Generalizada abre novos caminhos na solução de questões ligadas às propriedades do Universo na escala cósmica. É verdade que no estado atual dos conhecimentos, tanto teóricos como observacionais, estas questões ainda estão longe de serem solucionadas.

As possibilidades resultantes do fato de o espaço-tempo não ser do tipo newtoniano, tornam-se evidentes quando as soluções da mecânica newtoniana conduzem à contradições que não podemos contornar no quadro da teoria clássica (verifique ref. 18 cap. 3).

Quando estudamos o Universo, é mais conveniente fazermos abstrações das heterogeneidades locais devido a acumulação de matéria nas estrelas e nos sistemas estelares. As soluções das equações de atração ligadas a esta questão, estão fundamentadas na hipótese da distribuição uniforme de matéria no espaço, as quais foram estabelecidas por A.A. Friedmann em 1922.

Estas hipóteses tem caráter aproximativo pôr sua própria essência, dado o modo como tomamos a média; é portanto o espaço segundo estas soluções, sempre uniforme e isotrópico, significando que podemos escolher um "tempo universal próprio" tal que em cada instante a métrica do espaço, seja idêntica em todos os pontos e em todas as direções. Por outro lado não existe observador privilegiado, pois este caráter de isotropia ou uniforme é verdadeiro para qualquer observador posicionado em qualquer região deste Universo. Isto é denominado "Princípio Cosmológico". A uniformidade para todos os observadores possíveis implicará em um Universo homogêneo no qual as Galáxias de diferentes idades e tipos se acham distribuídas uniformemente (3).

Devido as distâncias cosmológicas serem grandes e o tempo de viagem da luz ser muito grande, as incertezas acêrca das mudanças evolutivas, torna difícil apreciar conclusões confiáveis acêrca da curvatura do espaço, ou ainda, com relação a possível freagem da expansão, a partir das observações até então realizadas dos deslocamentos para o vermelho e as magnitudes aparentes dos objetos afastados.

Em resumo os testes experimentais baseados nas observações de magnitude-deslocamento para o vermelho, bem como diâmetro angular-deslocamento para o vermelho, são afetados por tantas correções inter-relacionadas que resultam atualmente, praticamente inúteis, para podermos optar por este ou aquele modelo básico de um Universo real.

## II- O Universo espacialmente aberto e isótropo.

O fato de que a Relatividade Geral preve um Universo evolutivo, foi reconhecido por Einstein mas rejeitado como não suficientemente razoável. A grande evidência da natureza evolutiva do Universo foi obtida por Penzias e Wilson <sup>19</sup>~~(19)~~. Eles verificaram que o espaço era permeado ou melhor constataram que o espaço estava preenchido por uma radiação eletromagnética com espectro do corpo-negro, implicando em um equilíbrio térmico com temperatura presente em tórno de 2,7 K, correspondendo ao comprimento de onda 7,3 cm <sup>(19)</sup>~~(19)~~; <sup>23</sup>~~(19)~~. Este fundo de radiação é considerado como remanescente da radiação extremamente intensa presente no "big-bang", esfriando pela crescente expansão; cuja descoberta desta radiação uniforme estabelece os modelos de Friedmann com excelente aproximação.

As radiações detectadas pela radio-astronomia emitidas pelos QSOs e radio-galáxias parecem no entanto concordantes com o modelo proposto por F. Hoyle, denominado "modelo do estado estacionário", que está baseado no Princípio Cosmológico Perfeito, onde a matéria é criada continuamente a um ritmo suficiente para manter uma densidade estacionária, apesar da expansão existente.

Mas as radio-observações na faixa dos comprimentos de onda de 7,3cm, revelaram um suporte substancial para contradizer a teoria do "estado estacionário".

Mas as técnicas criadas para medir a isotropia desta radiação de fundo ao longo de um círculo de declinação constante, forneceram informações sobre a projeção da anisotropia no plano perpendicular ao eixo de rotação da Terra<sup>(20)</sup>. Resultados iniciais também fixaram um limite comparável sobre a anisotropia quadripolar no plano perpendicular ao eixo de rotação da Terra<sup>(13,21)</sup>. Este limite superior é porventura uma ordem de magnitude melhor do que as medidas da anisotropia baseadas nas observações da isotropia do parâmetro de Hubble. Conforme foram interpretadas<sup>(7,8,24)</sup>, estas medidas permitem elaborar um número menor de modelos permissíveis para o Universo.

As verificações feitas por Webster<sup>(25)</sup>, explicam as observações realizadas por Conklin<sup>(6)</sup> da anisotropia cosmológica intrínseca, podendo por extrapolação ser anulada, devido ao pequeno significado estatístico. A flutuação da isotropia desta radiação pode até certo ponto ser explicada em termos de um deslocamento Doppler<sup>(5)</sup> devido ao movimento do sistema solar. As observações de P. Boynton<sup>(4)</sup> confirmam que as flutuações da isotropia da radiação de fundo para pequenas escalas angulares, acarretam pequenas variações de temperatura.

Esta aparente violação da uniformidade é conduzida, pela possível existência de perturbações, acarretando tais informações. Se a estrutura teórica que vamos desenvolver for compatível com esta afirmação, será então a partir de um conjunto de restritas condições, imaginar que a isotropia da radiação de fundo é cosmológica e compatível com o Universo aberto.

Supondo que a grosso modo a isotropia da radiação de fundo com espectro planckiano, seja verdadeiro, dentro de bons limites das observações, é possível definir uma espécie de sistema preferencial<sup>(16)</sup> e baseando-mos no Princípio Cosmológico dizer que é a própria matéria que preenche o espaço que serve de sistema de referência e por definição a velocidade da matéria nesse sistema é sempre nula<sup>(14)</sup>.

Evidentemente tal escolha de sistema de referência para o modelo uniforme é razoável, pois outra escolha implicaria na não equivalência aparente das direções do espaço.

Para que a métrica seja idêntica em todo o espaço em cada instante a componente temporal deve ser escolhida de forma conveniente; isso significa que podemos escolher um tempo "universal", assim então teremos

$$(1) \quad ds^2 = c^2 d\tau^2 - \gamma_{ij} dx^i dx^j \quad i, j = 1, 2, 3.$$

onde  $\tau$  é o tempo próprio em todo ponto do espaço. Portanto teremos baseando-nos na uniformidade; uma hipersuperfície de raio de curvatura  $R(\tau)$  tal que (4)

$$(2) \quad \gamma_{ij} = \delta_{ij} + \frac{x_i x_j}{R^2 - \rho^2} \quad \text{onde } \rho^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

O elemento de linha a que estamos nos referindo, é conhecido na Cosmologia como o elemento de linha de Robertson-Walker; que em coordenadas esféricas

$$(3) \quad ds^2 = c^2 d\tau^2 - \frac{d\rho^2}{1 - \lambda \rho^2} - \rho^2 (\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2)$$

com  $\lambda = \frac{1}{R^2(\tau)}$

Quando se aplicam várias teorias matemáticas a uma situação física dada, o que nos interessa é a teoria matemática que melhor concorda com os fatos observados da situação física. Assim sendo, parece mais conveniente descrever um espaço de curvatura negativa (2). Podemos obter as equações para o espaço de curvatura negativa considerando  $R(\tau)$  imaginário. Assim teremos

$$(4) \quad \lambda = -\frac{1}{R^2(\tau)}$$

o elemento métrico nesse espaço será dado segundo o mesmo desenvolvimento dado por R. Adler (4) para o caso  $\lambda > 0$

$$(5) \quad ds^2 = c^2 d\tau^2 - \frac{d\rho^2}{1 + \lambda \rho^2} - \rho^2 (\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2)$$

onde  $\rho$  percorre valores de 0 até  $\infty$ . A razão entre o raio da circunferência e seu comprimento é maior do que  $2\pi$  (justificativas podem ser verificadas em ref. 2). Podemos introduzir a coordenada  $\chi$  definida por

$$\rho = R(\tau) \operatorname{senh} \chi$$

para  $\chi \in [0, \infty[$  .Então teremos para verificar uma elegante propriedade geométrica, onde (5) passa a ser escrita na forma

$$(6) \quad ds^2 = c^2 dz^2 - R^2(z) \left[ dx^2 + \sinh^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right]$$

a área da esfera será  $4\pi R^2 \sinh^2 \chi$ , crescendo indefinidamente; evidentemente o volume é infinito, o que em outras palavras o espaço é aberto.

As equações do campo de gravitação de Einstein <sup>14</sup> são

$$(7) \quad G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right)$$

com  $\kappa = \frac{8\pi K}{c^2}$ , onde  $K$  é a constante de gravitação.

Fazendo uma transformação conveniente na métrica (6) dada

por

$$\sinh \chi = \frac{\mu}{1 - \frac{\mu^2}{4}}$$

$$dx = \frac{d\mu}{\left(1 - \frac{\mu^2}{4}\right)^2}$$

podemos obter

$$(8) \quad ds^2 = c^2 dz^2 - \frac{R^2(z)}{\left(1 - \frac{\mu^2}{4}\right)^2} \left[ d\mu^2 + \mu^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right]$$

por outro lado, conforme R. Adler (4), o elemento de linha pode ser escrito na forma

$$(9) \quad ds^2 = (cdz)^2 - \rho_0^2 e^{g(x^0) + f(\rho)} d\sigma$$

comparando e fazendo dimensionalmente  $\mu = \frac{\rho}{\rho_0}$ , teremos

$$e^{g(x^0)} = R^2(z)$$

$$(10) \quad e^{f(\rho)} = \frac{1}{R^2 \left[ 1 + \frac{\kappa}{4} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \right]^2} \quad \text{com } \kappa = -1$$

Como no sistema que escolhemos a matéria é imóvel, teremos  $v^i = 0$   $v^0 = 1$  o tensor energia-momentum terá as componentes

$$T^0_0 = \mu \quad ; \quad T^i_i = -\frac{\mu}{c^2} \quad ; \quad T^i_j = 0 \quad \text{para } i \neq j$$

então tomando as equações (7), podemos escrever na forma

$$(11.a) \quad \frac{3\kappa}{R^2} + \frac{3\dot{R}}{Rc^2} - \Lambda = \frac{8\pi K}{c^2} \mu$$

$$(11.b) \quad \frac{\kappa}{R^2} + \frac{\dot{R}^2}{R^2 c^2} + \frac{2\ddot{R}}{Rc^2} - \Lambda = -\frac{8\pi K}{c^4} \rho$$

tomando a pressão  $p = 0$ , o que nos parece ser fisicamente razoável justificado pelas presentes observações <sup>11.a.b</sup> (11), e consideremos  $\Lambda = 0$ , assim como, somente a derivada de segunda ordem em (11.a), teremos fazendo uma combinação linear com (11.b)

$$(12) \quad \frac{3\ddot{R}}{Rc^2} = -\frac{4\pi K}{c^2}\mu$$

eliminando  $\mu$  em (12) e (11.a)

$$(13) \quad 2R\ddot{R} + \dot{R}^2 + \kappa c^2 = 0$$

que admite como primeira integral

$$(14) \quad \dot{R}^2 + \kappa c^2 = \frac{8\pi K}{3c^2}\mu R^2$$

o que para o caso  $\kappa = -1$ , teremos

$$\frac{\dot{R}^2}{c^2} = \frac{8\pi K R^3}{3c^2 R}\mu + 1$$

onde então tomando  $A = \frac{8\pi K R^3}{3c^2}\mu$  temos

$$(15) \quad \frac{\dot{R}^2}{c^2} = \frac{A}{R} + 1$$

adotando a substituição  $R = A \operatorname{senh}^2 \eta(z)$ , obtemos então as equações definitivas

$$(16) \quad R = A (\cosh \eta - 1)$$

$$(17) \quad z = \frac{A}{c} (\operatorname{senh} \eta - \eta)$$

Quando  $\eta = 0$  o raio de curvatura  $R$  se anula e  $\mu$  tende para o infinito, correspondendo a uma singularidade inicial em  $z = 0$ .

A particularidade desta solução é que a métrica espaço-temporal não é estacionária. Esta causa acarretada pela variação do raio de curvatura leva à variação de todas as distâncias entre as Galáxias no espaço, de forma que a expansão monotônica de  $R(z)$  a partir do estado singular, que corresponde a  $\eta > 0$ , leva a fuga dos corpos entre si. Então para um observador em algum desses corpos, as coisas se apresentariam como se os outros se afastassem radialmente do observador, o que concorda com o Princípio Cosmológico, com a fuga das Galáxias e o efeito Doppler dos raios espectrais. Tal condição somente pode ser

satisfeita se a energia de interação fôr pequena em comparação com a energia cinética devido a fuga radial, condição esta satisfeita para corpos suficientemente afastados, concordando com as observações dadas no início deste parágrafo, permitindo concluir que o Universo segundo este modelo se está expandindo para o infinito sem a menor possibilidade de que venha a contrair-se. Possíveis perturbações comparadas com a estabilidade deste modelo isotrópico, violam de uma forma ou de outra a isotropia, mas podem conduzir a estabilidade de um Universo em expansão, como mostrou E.M. Lifshitz (15).

Este modelo é conhecido como modelo de Einstein-De Sitter, o qual pode ser considerado como o melhor modelo do Universo atual devido as pequenas perturbações (locais) sobre uma geometria hiperbólica, a qual é válida nas grandes dimensões.

### III- Considerações finais.

As conclusões obtidas no final do parágrafo anterior, referente a instabilidade, pode se interpretada como as perturbações que violam de um ou de outro modo a isotropia, desta forma apresentando uma flutuação na isotropia da radiação eletromagnética de fundo. Por outro lado podemos afastar a hipótese de F. Hoyle <sup>13</sup>(16) sobre a origem da radiação cosmológica, pois este modelo preenche de forma satisfatória, assim como a necessidade de um parâmetro de homogeneidade imposto por P.S. Wesson <sup>26.a</sup>(17) pode ser igualmente afastada, sem deixar de favorecer este modelo, o qual também é admitido por P.S. Wesson <sup>26.b</sup>(18).

Um estudo teórico desenvolvido por A. Gião <sup>(19)</sup> favorece de certa forma este modelo, o qual é desenvolvido a partir de uma generalização das equações de Gauss-Codazzi <sup>(20)</sup>, tal que a hiperesfera de De Sitter aparece de forma natural.

Mas são os experimentos cruciais, desenvolvidos por R. Harms e A. Mahil <sup>(21)</sup>, que favorecem de forma definitiva este modelo; onde as medidas da velocidade de dispersão dos corpos, as quais tomadas em face aos valores, não deixa dúvidas de que o Universo é aberto, pois neste caso a relação entre a densidade média de matéria e a densida-



de crítica espera resultados de  $\frac{\rho}{\rho_c} < 1$ , e para estas observações foram encontrados valores no intervalo

$$0,06 \leq \frac{\rho}{\rho_c} \leq 0,12.$$

que confirma as verificações de J.Silk e M.L.Wilson<sup>21</sup>, Vaucouleurs<sup>22.a,b,c</sup>.

Este resultado é portanto bastante essencial, de forma que do ponto de vista matemático a região visível do espaço representa uma secção do espaço-tempo pelo cone de luz, a qual é finita para o modelo aberto. Acreditamos assim mediante o apresentado que este modelo deve melhor representar o nosso Universo atual.

### Referências.

- 1) Adler, R.; Bazin, M and Schiffer, M - 1975-"Introduction to General Relativity - McGraw-Hill Kogakusha Ltd.-Tokyo.
- 2) Amado, A.T.F.-1981- Leopoldianvm, vol.VIII, 21, pg 107.
- 3) Bondi, H.-1960-"Cosmology"-2nd ed., Cambridge University Press-Cambridge.
- 4) Boynton, P.E.-1974-M.S.Longair(ed)-"Confrontation of Cosmological Theories with Observational Data - IAU Symp.-pg 163.
- 5) Borner, G. and Kafk, D.-1980-Comments Ap., 8-181.
- 6) Conklin, E.K.-1969-Nature, 222-971.
- 7) Chan, K.L. and Jones, B.J.T.-1975-Ap.J., 195-1
- 8) Cheng, E.S.; Corey, B.E. et al.-1979-Ap.J., 232-L1139.
- 9) Dicke, R.H.; Peebles, P.J.E. et al.-1965-Ap.J., 142-414.
- 10) Dolan, J.F.-1981-Comments Ap., 9-171.
- 11) Gião, A.-1949-Phys.Rev., 76-764 (a)
- (b) Gião, A.-1964-Proc.of an International Summer Institute on Cosmological Models(1963)-Edited by Centro de Cálculo Científico-Inst. Gulbenkian de Ciência - Lisboa.
- 12) Hoyle, F.-1975-Ap.J., 196-661.
- 13) Hawking, S.W.-1969-M.N., 142-129
- (b) " " -1979-M.S.Longair(ed)"Confrontations of Cosmological Theories with Observational Data-IAU Symp.-pg 283.
- 14) Lorentz, H.A.; Einstein, A.; Minkowski, H e Weyl, H-1923-"O Princípio da Relatividade"- tradução da 6ª edição, por M.J.Saraiva, edição da Fundação Calouste Gulbenkian-Lisboa(1971).

- 15) Lifschitz, E.M. and Khalatnikov, I.M. -1963-Adv. in Phys., 12-185.
- 16) Müller, R.A. -1978-Scient. American, 238-4.
- 17) North, J.D. -1965-"The Measure of Universe"-Claredon Press-London.
- 18) (a) Oort, J.H. -1958-"La Structure et l'Evolution de l'Univers-Institut Intern. de Physique Solvay, 163-XI Solvay Conference-Brussels.  
(b) Oort, J.H. -1970-Science, 170-1363.
- 19) Penzias, A.A. and Wilson, R.W. -1965-Ap. J., 142-419.
- 20) Partridge, R.B. -1974-M.S. Longair (ed) "Confrontations of Cosmological Theories with Observational data-IAU Symp.-pg 283.
- 21) Silk, J.S. and Wilson, M.L. -1979-Ap. J., 238-641.
- 22) (a) de Vaucouleurs, G and Peters, W.L. -1968-Nature, 220-868.  
(b) " " " -1970-Science, 167-1203.  
(c) " " " -1979-Ap. J., 227
- 23) Zinchenko, I.J. -1979-Sov. Astron. Letters, 5-239.
- 24) Weinberg, S. -1972-"Gravitation and Cosmology-cap. 15, pg. 506-John Wiley & Sons, Inc-New York.
- 25) Webster, A. -1974-M.N., 166, 355.
- 26) Wesson, P.S. -1979-Ap. J., 228-647. (a)  
(b) " " -1981-Ap. Letters, 21, 97.