

## Sui mesoni associati ai grandi sciami.

S. FUBINI

*Istituto di Fisica del Politecnico - Torino*

(ricevuto il 31 Luglio 1951)

**Riassunto.** — Si considera l'influenza della fotoproduzione dei mesoni sul meccanismo dei grandi sciami dell'aria. Si ottiene come risultato che una aliquota non trascurabile dei mesoni associati ai grandi sciami è di origine fotonica.

### Introduzione.

Esperienze recenti, eseguite a Berkeley <sup>(1)</sup> mostrano che fotoni con energie attorno ai 300 MeV, nell'urto con i nucleoni, generano mesoni positivi e negativi. Calcoli teorici, eseguiti con la teoria pseudoscalare <sup>(2)</sup> <sup>(3)</sup> <sup>(4)</sup>, danno risultati in buon accordo con l'esperienza. Dato il valore rilevante della sezione d'urto (ordine di grandezza di  $10^{-28}$  cm<sup>2</sup>), si deve ritenere che tale effetto debba contribuire a creare un numero non trascurabile di mesoni associati ai grandi sciami dei raggi cosmici.

L'esperienza <sup>(5)</sup> rivela che il numero totale dei mesoni presenti in un grande sciame è circa uguale al 2% del numero degli elettroni. Il presente lavoro ha come scopo di valutare la frazione del numero di tali mesoni che è di origine fotonica.

<sup>(1)</sup> K. A. BRUECKNER e M. L. GOLDBERGER: *Phys. Rev.*, **76**, 1725 (1949); J. STEINBERGER e A. S. BISHOP: *Phys. Rev.*, **78**, 494 (1950); J. M. PETERSON, R. S. WHITE e W. S. GILBERT: *Mexico Meeting in Bull. of the Am. Phys. Soc.*, pag. 20 (June 1950).

<sup>(2)</sup> G. MORPURGO: *Nuovo Cimento*, **7**, 855 (1950).

<sup>(3)</sup> P. BENOIST-GUÉTAL, J. PRENTKI e J. RATIER: *Journ. de Phys.*, **79**, 641 (1950).

<sup>(4)</sup> K. A. BRUECKNER: *Phys. Rev.*, **79**, 641 (1950).

<sup>(5)</sup> G. COCCONI, A. LOVERDO e V. TONGIORGI: *Naturwiss.*, **31**, 135 (1943); J. E. TREAT e K. GREISEN: *Phys. Rev.*, **74**, 414 (1948).

Questo argomento è già stato esaminato con cura da P. BUDINI <sup>(6)</sup>, che ha eseguito il calcolo con uno schema che non differisce molto da quello che è stato qui adottato. Si deve però notare che le ipotesi di partenza della teoria di HAMILTON, HEITLER e PENG <sup>(7)</sup> accettate da BUDINI non sono più considerate valide, e che i valori numerici delle sezioni d'urto usati da BUDINI non sono in accordo con i valori sperimentali recenti, pertanto riteniamo utili un riesame della questione ed un calcolo numerico basato su dati recenti.

Eseguiamo il calcolo nei casi particolari di sciame generati da elettroni primari rispettivamente di energie  $2,8 \cdot 10^{14}$  e  $2,8 \cdot 10^{12}$  eV.

Nei dispositivi sperimentali atti a rivelare mesoni i contatori sono schermati con spessori di piombo tali da assorbire la maggior parte della componente molle. Così usualmente saranno registrati non solo i mesoni prodotti nell'aria ma anche quelli prodotti nel piombo. Calcoleremo anche questo contributo.

### Impostazione dei calcoli.

Le notazioni da noi usate sono le seguenti:

$M$	=	massa del protone (e del neutrone)
$m$	=	massa dell'elettrone
$M_\pi$	=	massa del mesone $\pi$
$M_\mu$	=	massa del mesone $\mu$
$P$	=	energia del mesone $\pi$
$Q$	=	energia del mesone $\mu$
$E_0$	=	energia dell'elettrone primario
$W$	=	energia del fotone
$p$	=	$P/M_\pi$
$q$	=	$Q/M_\mu$
$1 + y$	=	$W/P$ .

$t$  indicherà gli spessori d'aria attraversati che saranno espressi in unità di radiazione (la lunghezza di radiazione per l'aria è:  $X = 44$  g/cm<sup>2</sup>).

Sia  $\gamma(W, t) dW$  il numero di fotoni appartenenti all'intervallo  $(W, W + dW)$  presenti alla profondità  $t$  e sia  $\sigma(W, P) dP$  la sezione d'urto differenziale per la produzione fotonica dei mesoni. Il numero dei mesoni creati nello spessore  $dt$  è dato da:  $B(P, t) dt$  dove:

$$(1) \quad B(P, t) dP = \frac{1}{2} N X dP \int_P^\infty \gamma(W, t) \sigma(W, P) dW ;$$

<sup>(6)</sup> P. BUDINI: *Nuovo Cimento*, **6**, 163 (1949).

<sup>(7)</sup> J. HAMILTON e H. W. PENG: *Proc. RIA*, **49** A, 197 (1944).

il fattore  $1/2$  dipende dal fatto che alla creazione dei mesoni positivi contribuiscono solo i protoni dello spessore d'aria attraversato, mentre alla creazione dei mesoni negativi contribuiscono solo i neutroni.

Introducendo i simboli  $p$  ed  $y$ , la (1) diventerà:

$$(1') \quad B(p, t) dp = \frac{1}{2} NX dp \int_{\sigma}^{\infty} \gamma[p(1+y), t] \sigma(p, y) dy.$$

Il mesone  $\pi$  si disintegra in  $\mu$  dopo un tempo assai breve rispetto alla vita media del  $\mu$  e cede a quest'ultimo circa l'80% della sua energia. Essendo circa  $M_{\mu} = 0,8 M_{\pi}$ , seguirà  $p = q$ .

Nello spessore  $dt$  il numero dei mesoni  $\mu$  aumenterà di:

$$(1'') \quad B(q, t) dq = \frac{1}{2} NX dq \int_0^{\infty} \gamma[q(1+y), t] \sigma(q, y) dy.$$

Chiamerò  $\varphi(q, t) dq$  <sup>(8)</sup> il numero di mesoni  $\mu$  nell'intervallo  $dq$ . Tenendo conto soltanto della creazione dei mesoni da parte dei fotoni e della disintegrazione spontanea dei mesoni  $\mu$ , si ottiene per la  $\varphi$  la seguente equazione differenziale:

$$(2) \quad \frac{d\varphi}{dt} + \frac{r}{t} \varphi = B(q, t),$$

dove:

$$(3) \quad r = \frac{12,6}{\sqrt{q^2 - 1}}.$$

Impongo come condizione iniziale  $\varphi(q, 0) = 0$ . La (2) ha allora per soluzione:

$$(4) \quad \varphi(q, t) = t^{-r} \int_0^t (t')^r B(q, t') dt'.$$

Integrando rispetto a  $q$ , si otterrà il numero totale  $N(t)$  dei mesoni alle varie altezze:

$$(5) \quad N(t) = \int_1^{\infty} \varphi(q, t) dq.$$

<sup>(8)</sup> Le notazioni:  $\varphi$ ,  $B$ ,  $\sigma$  quando non hanno nessun indice si riferiscono tanto ai mesoni positivi che a quelli negativi. Se vorremo riferirci soltanto a mesoni di un dato segno, useremo le notazioni  $\varphi^+$ ,  $B^+$ ,  $\sigma^+$ ;  $\varphi^-$ ,  $B^-$ ,  $\sigma^-$ .

### Calcolo dello spettro dei mesoni.

Sarà innanzitutto necessario valutare la quantità  $B(q, t)$ . Le sezioni d'urto differenziali per la fotoproduzione di mesoni positivi e negativi sono date in <sup>(3)</sup>:

$$(6) \quad \sigma^+(W, P) dP = \\ = \frac{1}{16\pi M} \left( \frac{e}{\hbar c} \right)^2 (f_3)^2 \left\{ \frac{2M_\pi^2(W-P)(M_\pi^2-2MP)}{W[M_\pi^2+2M(W-P)]^2} + \frac{W(2MP-M_\pi^2)+M_\pi^2M}{2MW^2} \right\} dP,$$

$$(6') \quad \sigma^-(W, P) = \left( \frac{2MW}{2MP-M^2} \right)^2 \sigma^+(W, P).$$

In accordo con <sup>(3)</sup> assumeremo per  $f_3$  il valore:

$$\frac{(f_3)^2}{4\pi\hbar c} = \frac{1}{10} \left( \frac{2M}{M_\pi} \right)^2.$$

Introducendo le quantità  $p$  ed  $y$ , le (6) diventeranno:

$$(7) \quad \sigma^-(y, p) dp = 10^{-28} \text{ cm}^2 \times \\ \times \frac{8}{p^2(1+y)^3} \left\{ \frac{ap-1}{ap} + \frac{1}{2p^2(1+y)} - \frac{2(ap-1)y}{(1+apy)^2} \right\} dp,$$

$$(7') \quad \sigma^+(y, p) dp = \frac{a^2 p^2 (1+y)^2}{(ap-1)^2} \sigma^-(y, p),$$

dove

$$a = \frac{M}{M_\pi}.$$

In un articolo di ROSSI e GRIESEN <sup>(9)</sup> è data l'espressione dello spettro differenziale dei fotoni presenti in uno sciame creato da un elettrone primario di energia  $E_0$ .

$$(8) \quad \gamma(W, t) dW = \frac{1}{(2\pi s)^{1/2}} \frac{L(s)}{[\lambda_1''(s) + 1/2s^2]^{1/2}} \left( \frac{E_0}{W} \right)^s \frac{dW}{W} \exp[\lambda_1(s)t],$$

$$(9) \quad t = -\frac{1}{\lambda_1'(s)} \left[ \log \left( \frac{E_0}{W} \right) - \frac{1}{2s} \right],$$

dove le quantità  $L(s)$ ,  $\lambda_1(s)$ ,  $\lambda_1'(s)$ ,  $\lambda_1''(s)$  sono tabellate. Il parametro  $s$  è, attraverso la (9) funzione di  $W$  e di  $t$ .

È necessario, per poter eseguire la integrazione indicata dalla formula (1''), fare qualche semplificazione nelle (8), (9). Introduco una energia media

<sup>(9)</sup> B. ROSSI e K. GRIESEN: *Rev. Mod. Phys.*, **13**, 240 (1941).

$W_m = 280$  MeV (per la quale si ha la massima produzione di mesoni). Poichè le energie dei fotoni per le quali si ha una emissione non trascurabile di mesoni si trovano comprese fra i 140 e i 1000 MeV, il  $\log(W_m/W)$  sarà da noi ritenuto trascurabile rispetto a  $\log(E_0/W_m)$ . Sarà perciò:

$$(8') \quad \gamma(W, t) dW = \frac{1}{(2\pi s)^{1/2}} \frac{L(s)}{[\lambda_1'(s) + 1/2s^2]^{1/2}} \left(\frac{E_0}{W_m}\right)^s \exp[\lambda_1(s)t] \cdot \left(\frac{W_m}{W}\right)^s \frac{dW}{W},$$

$$(9') \quad t = -\frac{1}{\lambda_1'(s)} \left[ \log\left(\frac{E_0}{W_m}\right) - \frac{1}{2s} \right].$$

La quantità:

$$\frac{1}{[2\pi s]^{1/2}} \frac{L(s)}{[\lambda_1'(s)t + 1/2s^2]^{1/2}} \left(\frac{E_0}{W_m}\right)^s \exp[\lambda_1(s)t],$$

è, attraverso la (9'), funzione della sola  $t$  e sarà da noi indicata con  $F(t)$ .

Per valori di  $t$  che ci interessano, per quelli cioè abbastanza vicini al massimo dello sciame, il parametro  $s$  non si scosta molto dal valore 1. Per semplicità nel termine  $(W/W_m)^s$  porremo  $s = 1$ . Risulterà allora:

$$(10) \quad \gamma(W, t) dW = F(t) \frac{W_m}{W} \frac{dW}{W},$$

ed, essendo  $W_m = 2M_\pi$ :

$$(10') \quad \gamma[p(1+y), t] dy = 2F(t) \frac{dy}{q(1+y)^2}$$

Sostituendo nella formula (1<sup>a</sup>) e tenendo conto delle (7), (7'):

$$(11) \quad B^+(q, t) = 0,64 \cdot 10^{-3} S^+(q) \frac{dq}{q^3} F(t),$$

$$(11') \quad B^-(q, t) = 1,28 \cdot 10^{-3} S^-(q) \frac{dq}{q^3} F(t).$$

Le due funzioni  $S^+(q)$  ed  $S^-(q)$  hanno valori vicini all'unità e tendono ad essa asintoticamente. I valori di tali funzioni sono riportati nella seguente tabella:

$q$	1,10	1,18	1,00	1,25	1,47	1,69	2,05	2,50	2,94	4,04	5,14
$S^+(q)$	0,92	0,89	0,87	0,86	0,83	0,81	0,77	0,79	0,82	0,83	0,85
$S^-(q)$	1,18	1,12	1,08	1,04	0,98	0,96	0,94	0,91	0,90	0,91	0,93

Nell'ordine di approssimazione da noi usato porremo  $S^-(q) = 1$ ;  $S^+(q) = 0,9$ : otterremo allora, ponendo:  $B^{\text{tot}} = B^+ + B^-$ :

$$(12) \quad \begin{cases} B^{\text{tot}}(q, t) dq = 1,9 \cdot 10^{-3} \frac{dq}{q^3} F(t), \\ B^+ = 0,3 B^{\text{tot}}, \quad B^- = 0,7 B^{\text{tot}}. \end{cases}$$

Sostituendo nella (4) otterremo:

$$(13) \quad \varphi^{\text{tot}}(q, t) dq = 1,9 \cdot 10^{-3} \frac{dq}{q^3} t^{-r} \int_0^t (t')^r F(t') dt'.$$

La funzione  $F(t)$  sarà da noi approssimata mediante un polinomio in  $t$ :

$$(14) \quad F(t) = A + Bt + Ct^2 + Dt^3 + Et^4.$$

Dalla (13) otterremo allora:

$$(15) \quad \varphi^{\text{tot}}(q, t) dq = 1,9 \cdot 10^{-3} \frac{dq}{q^3} t \left[ \frac{A}{r+1} + \frac{Bt}{r+2} + \frac{Ct^2}{r+3} + \frac{Dt^3}{r+4} + \frac{Et^4}{r+5} \right].$$

Il numero totale dei mesoni sarà (ricordando la (5)):

$$(16) \quad N^{\text{tot}}(t) = 1,9 \cdot 10^{-3} \cdot t [AI_1 + BI_2 + CI_3 + DI_4 + EI_5],$$

dove:

$$(17) \quad I_k = \int_1^{\infty} \frac{dq}{q(r+k)} \quad (k = 1, 2, 3, 4, 5).$$

$k$	1	2	3	4	5
$10^2 I_k$	4,8535	4,1888	3,7259	3,3839	3,1074

### Risultati numerici.

È stato calcolato numericamente il numero dei mesoni e degli elettroni presenti in sciame, rispettivamente di energie  $2,8 \cdot 10^{14}$  e  $2,8 \cdot 10^{12}$  eV, per diversi spessori d'aria.

Un calcolo analogo è stato effettuato per il numero dei mesoni prodotti

nel piombo. Per spessori d'aria che si trovino abbastanza al di sotto del massimo dello sciame il numero dei mesoni del piombo è trascurabile rispetto al numero dei mesoni dell'aria; nella regione del massimo invece i due numeri sono confrontabili.

I risultati numerici trovati sono i seguenti:

	Sciame di $2,8 \cdot 10^{14}$ eV		Sciame di $2,8 \cdot 10^{12}$ eV		
	$t = 13,5$ (mass.)	$t = 25$	$t = 9$ (mass.)	$t = 20$	$t = 25$
N. elettroni . . . .	$10^5$	$1,2 \cdot 10^4$	1 200	86	12
N. mesoni aria . . .	50	32	0,45	0,25	0,11
N. mesoni Pb . . .	35	—	0,34	—	—
N. mesoni/N. elettr.	$0,85 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$0,67 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$

### Conclusione.

Il rapporto fra il numero dei mesoni di origine fotonica e quello degli elettroni varia al variare del cammino percorso a partire dall'origine; e cioè è abbastanza piccolo nel massimo della cascata, crescendo notevolmente nei tratti decrescenti dello sviluppo della cascata. Di tale fatto ci si rende ragione pensando che i mesoni percorrono prima di disintegrarsi spessori notevoli: da ciò deriva che lo spettro dei mesoni segue con maggiore lentezza le variazioni con lo spessore dello spettro elettrofotonico. Nei tratti decrescenti della curva il rapporto considerato sarà dunque maggiore che nei tratti crescenti.

Dal confronto dei risultati numerici con il dato sperimentale, già citato, che in uno sciame è presente circa il 2% di mesoni, si trae la conclusione che il fenomeno della fotoproduzione interviene in maniera non trascurabile nel meccanismo della produzione dei mesoni nei grandi sciami. Per lo sciame di  $2,8 \cdot 10^{14}$  eV la percentuale dei mesoni di origine fotonica sul numero totale dei mesoni varia da un 4% in prossimità del massimo a un 12% al livello del mare. Per lo sciame di  $2,8 \cdot 10^{12}$  eV la percentuale va da un 3,4% presso il massimo a circa il 45% al livello del mare; questo risultato deve essere

considerato solo come una indicazione in vista della ovvia difficoltà di una interpretazione statistica di numeri così piccoli di particelle come quelli risultanti dalla tabella.

Ringrazio i professori E. PERUCCA e G. WATAGHIN per il loro cordiale interessamento, ed il prof. WATAGHIN per avermi gentilmente consigliato l'argomento di questo lavoro.

---

#### SUMMARY

The influence of the production of  $\pi$ -mesons by photons on the extensive air showers is considered. It is shown that an appreciable fraction of the mesons associated with showers is originated by photons.