

ESTRATTO DAGLI
*Atti della Accademia delle Scienze
di Torino*

Sui mesoni prodotti nei raggi cosmici.

Nota di S. FUBINI e del Socio nazionale residente G. WATAGHIN
presentata nell'adunanza dell'11 Aprile 1951

Riassunto. — *Si studia la generazione dei mesoni da parte dei fotoni nei grandi sciami.*

Partendo da valori sperimentali noti per la sezione d'urto e da una rappresentazione approssimata dello spettro dei fotoni si calcola la percentuale dei mesoni prodotti dai fotoni nell'atmosfera a due altezze differenti.

INTRODUZIONE.

Esperienze recenti hanno mostrato che fotoni di energie superiori ai 150 Mev generano mesoni π positivi e negativi nell'urto con i nucleoni.

Benoist-Guetal, Prentki e Ratier (4) hanno calcolato le sezioni d'urto per tali produzioni di mesoni carichi e neutri. Dato il valore considerevole della sezione d'urto (ordine di grandezza: 10^{-28} cm²) questo processo deve verificarsi nei grandi sciami di raggi cosmici, ricchi di fotoni energici. È noto anche che nei grandi sciami si trova in media circa il 2% di particelle penetranti nel totale di elettroni.

Scopo del presente lavoro è di valutare l'importanza che può avere la produzione dei mesoni da parte dei fotoni paragonata con la produzione di questi mesoni nell'urto dei nucleoni e nuclei di elevata energia.

Nel calcolo è necessario conoscere lo spettro dei fotoni generatori e tener conto della disintegrazione dei mesoni. I dati sperimentali noti sullo spettro dei mesoni a varie altezze si riferiscono ai mesoni μ , pertanto nei calcoli dovremo considerare sia la disintegrazione del π in μ sia la disintegrazione

del μ in un elettrone. Un calcolo preliminare sarà fatto partendo da una ipotesi sullo spettro dei fotoni nei raggi cosmici basata sulle seguenti considerazioni.

È noto che la curva di Pfozter (5) nella parte corrispondente a profondità atmosferiche maggiori di 20 cm Hg può essere interpretata con una legge esponenziale $e^{-\lambda z}$ dove $\lambda = 0,115 \text{ cm}^{-1} \text{ Hg}$. È notevole che questa legge si avvicina a quella osservata per la componente nucleonica (detta *componente N*).

Dalla teoria della cascata (6) è noto che le equazioni di diffusione ammettono una soluzione in cui le componenti fotonica ed elettronica in equilibrio fra di loro variano con la profondità con legge esponenziale e posseggono entrambe uno spettro di potenza $W^{-s} \frac{dW}{W}$, dove s è determinato in modo unico da λ (e perciò non dipende dall'altezza).

La possibilità di interpretare la curva di Pfozter ammettendo che la composizione spettrale dei fotoni e degli elettroni obbedisce ad una legge di potenze con $s = 1,56$, ci induce ad assumere tale spettro di fotoni per il calcolo della produzione dei mesoni.

Lo spettro di potenze con esponenti vicini a questo valore vale per la componente nucleonica primaria e secondaria e si conserva a tutte le profondità. Inoltre lo spettro della « Bremsstrahlung », degli elettroni « knock-on » e dei fotoni provenienti dalla disintegrazione dei mesoni neutri tutti obbediscono ad una legge di potenze con s non molto diverso da 1,6. Pertanto i risultati del calcolo da noi effettuato ci sembrano indicativi per una prima valutazione del numero dei mesoni creati dai fotoni.

Notazioni usate.

- m = massa dell'elettrone (in cm^{-1})
- M_μ = massa del mesone $\pi = 275 \text{ m}$
- M_π = massa del mesone $\mu = 212 \text{ m}$
- M = massa del protone (e del neutrone) = 1836 m
- P = energia totale del mesone π (in cm^{-1})
- Q = energia totale del mesone μ (in cm^{-1})
- W = energia totale del fotone.

Introduciamo le quantità p, q, y , senza dimensioni, definite dalle relazioni:

$$(1) \quad P = pM_\pi \quad Q = qM_\mu \quad W = (1 + y)pM_\pi = (1 + y)P.$$

Percorrendo lo spessore dz (misurato in cm Hg) il numero dei mesoni μ varierà a causa:

- a) dei mesoni prodotti dai fotoni
- b) del decadimento spontaneo dei mesoni.

Tratteremo separatamente questi due effetti

a) *Mesoni prodotti da fotoni.*

Chiameremo $\gamma(W, z)dWdz$ lo spettro differenziale dei fotoni (cioè il numero di fotoni con energia compresa tra W e $W + dW$ e compresi nello spessore dz). Tale spettro risulta:

$$(2) \quad \begin{aligned} \gamma(W, z)dW &= C \left(\frac{W}{M_\pi} \right)^{-1,56} e^{-0,115z} \frac{dW}{W} = \\ &= 1,46 C \left(\frac{W}{M_\mu} \right)^{-1,56} e^{-0,115z} \frac{dW}{W} \end{aligned}$$

dove C è una costante senza dimensioni il cui valore non ci interessa essendo nostro scopo ricavare il rapporto fra il numero dei mesoni e quello dei fotoni.

Nel lavoro di Benoist, Prentki e Ratier (4) le sezioni d'urto differenziali per la produzione di mesoni positivi e negativi da parte di fotoni (calcolate con la teoria pseudoscalare) sono date da

$$(3) \quad \begin{aligned} \sigma^+(W, P)dP &= \frac{1}{16\pi M} \left(\frac{e}{\hbar c} \right)^2 f_3^2 \left\{ \frac{2M_\pi^2(W-P)(M_\pi^2 - 2MP)}{W[M_\pi^2 + 2M(W-P)]^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{W(2MP - M_\pi^2) + M_\pi^2 M}{2MW^2} \right\} dP \\ \sigma^-(W, P) &= \left(\frac{2MW}{2MP - M_\pi^2} \right)^2 \sigma^+(W, P). \end{aligned}$$

Assumiamo, come risultato della teoria delle forze nucleari:

$$\frac{f_3^2}{4\pi\hbar c} = \frac{1}{10} \left(\frac{2M}{M_\pi} \right)^2.$$

Introducendo le grandezze p e y , e calcolando i valori delle costanti fisiche che vi appaiono, le (3) diventano:

$$(3') \quad \sigma^+(y, p) dp = \\ = 10^{-28} \frac{1}{p^2(1+y)^3} \left\{ \frac{ap-1}{ap} + \frac{1}{2p^2(1+y)} - \frac{2(ap-1)y}{(1+apy)^2} \right\} dp \\ \sigma^-(y, p) = \frac{a^2 p^2 (1+y)^2}{(ap-1)^2} \sigma^+(y, p)$$

dove $a = \frac{2M}{M_\pi} = 13,4$.

Il numero di mesoni con energia pM_π creati da fotoni nello spessore dz è dato da $B(p, z)dz$ dove

$$(4) \quad B(p, z) = + \frac{1}{2} N_{\text{leg}} \int_0^\infty \sigma(p, y) \gamma(y, z) dy.$$

Il fattore $\frac{1}{2}$ è dovuto al fatto che ha luogo la creazione di mesoni positivi solo dall'interazione dei fotoni con i protoni, mentre la creazione dei mesoni negativi si ha per interazione dei fotoni con i neutroni.

Effettuando l'integrazione indicata nella formula (4) ot-
tengo:

$$(5) \quad B^+(p, z) dp = 0,9 \cdot 10^{-4} C e^{-0,115z} S^+(p) p^{-(s+2)} dp \\ B^-(p, z) dp = 1,6 \cdot 10^{-4} C e^{-0,115z} S^-(p) p^{-(s+2)} dp$$

dove le funzioni $S(p)$ ed $S(p)$ sono funzioni lentamente variabili e con valori assai vicini all'unità dati dalla tabella di pagina seguente.

p	$S^+(p)$	$S^-(p)$	p	$S^+(p)$	$S^-(p)$
1,10	0,95	1,11	2,33	0,78	0,89
1,18	0,92	1,07	2,71	0,78	0,88
1,24	0,89	1,04	3,30	0,79	0,89
1,34	0,87	1,02	4,32	0,80	0,90
1,39	0,86	0,99	6,38	0,84	0,90
1,51	0,83	0,96	12,6	0,90	0,93
1,72	0,81	0,94	25,2	0,93	0,95
2,06	0,78	0,90	63	0,96	0,97

Il mesone π , disintegrandosi in μ cede a quest'ultimo l'80% della sua energia. Risulta perciò $Q = 0,8 \cdot P$. Essendo inoltre con buona approssimazione $M = 0,8 M$ potremo porre nella formula (5) $p = q$.

b) *Disintegrazione spontanea dei mesoni μ .*

Chiameremo $\varphi(q, z)$ lo spettro differenziale dei mesoni cioè il numero di tali mesoni che si trovano nello spessore dz con energie nell'intervallo dq .

Calcoleremo ora la variazione di tale spettro differenziale per effetto soltanto della disintegrazione spontanea dei mesoni. Chiameremo tale variazione $\delta\varphi$. Essendo la vita media uguale a $2,1 \cdot 10^{-6}$ sec la variazione del numero dei mesoni nello spazio dx (misurato in cm.) risulta:

$$\delta x = -6,3 \cdot 10^4 \sqrt{q^2 - 1} \frac{\delta\varphi}{\varphi}.$$

Per passare dalle lunghezze dx (misurate in cm.) agli spessori dz (misurati in cm. Hg) bisognerà tenere conto della variazione della densità atmosferica con l'altezza.

$$\delta z = 6,3 \cdot 10^4 \frac{\varrho_{\text{aria}}^0}{z_0 \varrho_{\text{Hg}}} z \sqrt{q^2 - 1} \frac{\delta\varphi}{\varphi}$$

dove z_0 è la pressione atmosferica al livello del mare e ϱ_{aria}^0 è la densità dell'aria al livello del mare.

Effettuando i calcoli otteniamo:

$$(6) \quad \delta z = \frac{z}{r} \cdot \frac{\delta \varphi}{\varphi}, \quad \text{dove} \quad r = \frac{12,6}{\sqrt{q^2 - 1}}.$$

Equazioni differenziali del fenomeno.

Tenendo conto soltanto della produzione di mesoni da parte di fotoni e della disintegrazione dei mesoni gli spettri differenziali dei mesoni positivi e negativi devono soddisfare alle seguenti equazioni differenziali:

$$(7) \quad \begin{aligned} \frac{d\varphi^+}{dz} + r \frac{\varphi^+}{z} &= B^+(q, z) \\ \frac{d\varphi^-}{dz} + r \frac{\varphi^-}{z} &= B^-(q, z). \end{aligned}$$

Imponiamo inoltre come condizioni iniziali che non vi siano mesoni per $z = 0$

$$(8) \quad \varphi^+(q, 0) = \varphi^-(q, 0) = 0.$$

Gli spettri di mesoni si ricaveranno risolvendo l'equazione (7) unitamente alle condizioni iniziali (8)

$$(9) \quad \varphi(q, z) = z^{-r} \int_0^z (z')^r B(q, z') dz'.$$

Ponendo per semplicità $t = 0,115 z$ e ricordando le (5):

$$(10) \quad \begin{aligned} \varphi^+(t, q) dq &= 0,78 \cdot 10^{-3} CS^+(q) \frac{dq}{q^{(s+2)}} t^{-r} \int_0^t (t')^r e^{-t'} dt' \\ \varphi^-(t, q) dq &= 1,4 \cdot 10^{-3} CS^-(q) \frac{dq}{q^{(s+2)}} t^{-r} \int_0^t (t')^r e^{-t'} dt'. \end{aligned}$$

Risultati numerici.

Partendo dalle formule (2) e (10) sono dati gli spettri differenziali dei fotoni e dei mesoni su di una scala arbitraria (ciò dipende dalla costante C nella formula (2)).

Tali spettri sono stati calcolati per $z = 50$ cmHg e $z = 76$ cmHg.

q	Mev	γ	50 cm Hg		76 cm Hg	
			$10^4 \varphi^+$	$10^4 \varphi^-$	$10^4 \varphi^+$	$10^4 \varphi^-$
1,00	108	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,10	119	0,78	0,92	1,93	1,60	3,34
1,18	127	0,65	1,01	2,09	1,86	3,85
1,24	134	0,58	1,01	2,11	1,95	4,05
1,34	145	0,47	0,97	2,03	2,02	4,22
1,39	150	0,43	0,95	1,96	2,02	4,14
1,51	165	0,35	0,90	1,83	1,94	3,80
1,72	186	0,25	0,81	1,65	1,66	3,44
2,06	222	0,16	0,56	1,15	1,60	3,20
2,33	252	0,11	0,45	0,90	1,52	3,11
2,71	292	0,078	0,37	0,73	1,49	3,01
3,30	356	0,047	0,28	0,56	1,43	2,84
4,32	467	0,024	0,19	0,38	1,26	2,50
6,38	690	0,009	0,12	0,23	1,11	2,11
12,1	1360	0,0015	0,031	0,057	0,41	0,76
25,2	2720	0,0003	0,0061	0,011	0,10	0,18
63	6800	0,00002	0,0004	0,0007	0,007	0,014

CONCLUSIONE.

L'integrazione numerica di tali tabelle dà i seguenti risultati:

al livello del mare (76 cm Hg) su 1000 fotoni vi sono 3,9 mesoni negativi e 2,2 mesoni positivi di origine fotonica.

a 3500 m. (50 cm Hg) su 1000 fotoni vi sono 0,4 mesoni positivi, e 0,78 mesoni negativi.

Prendendo in esame la componente mesonica dei grandi sciame che costituisce il 2% del numero degli elettroni o del numero dei fotoni di tali sciame riteniamo plausibile l'applicazione dei calcoli precedenti per valutare quale percentuale dei mesoni in tali sciame è generata dai fotoni.

Infatti si hanno ragioni di ritenere che lo spettro fotonico nella regione attorno allo sviluppo massimo di questi sciami sia uno spettro di potenze con un esponente s vicino a quello da noi assunto.

In tal caso si conclude che una non trascurabile frazione dei mesoni negli sciami estesi è originata dai fotoni e cioè circa $1/10$ al livello del mare e circa $1/20$ a 3500 metri.

BIBLIOGRAFIA

a) Sulla produzione di mesoni da parte di fotoni:

1. BRUECKNER e GOLBERGER, « Phys. Rev. », vol. 76, p. 1725 (1949).
2. STEINBERGER e BISHOP, « Phys. Rev. », vol. 78, p. 494 (1950).
3. G. MORPURGO, « N. Cimento », vol. 7, n. 5 bis, p. 855 (1950).
4. BENOIST, PRENTKI e RATIER, « J. de Phys. », vol. II, n. 10, p. 553 (1950).

b) Sui raggi cosmici:

5. G. PFOTZER, « Zeit. für Phys. », vol. 102, p. 23 (1836).
6. ROSSI e GREISEN, « Rev. Mod. Phys. », vol. 11, p. 240 (1941).
7. W. HEISENBERG, *Cosmic radiation*. Dover Publications N. Y. (1946).
8. B. ROSSI, « Rev. Mod. Phys. », vol. 20, p. 535 (1948).
9. L. JANOSSY, *Cosmic Rays*. Oxford Univ. Press, 1950.

Nell'articolo di B. Rossi e nel libro di L. Janossy si trova una completa ed aggiornata bibliografia sui raggi cosmici.

NOTA AGGIUNTA DURANTE LA CORREZIONE DELLE BOZZE.

Siamo venuti a conoscenza di un notevole lavoro di P. BUDINI [*Sulle particelle penetranti negli sciami estesi dell'aria*, « Nuovo Cimento », 6, 163 (1949)] che tratta sostanzialmente lo stesso argomento della presente nota.

Dato che le ipotesi di partenza (teoria di Hamilton Heitler e Peng) ed i valori numerici usati per le sezioni d'urto si possono oggi considerare superati, e dato che le conclusioni a cui si arriva nel presente lavoro differiscono da quelle di Budini, riteniamo utile la pubblicazione dei nostri risultati.